

Anbefalte oppgaver uke 44

Høsten 2020

Oppgaver til plenumsregning

- 1 Avgjør hvorvidt følgene under er begrensede, monotone, og konvergente (og mot hva).

a) $\left\{ \frac{n^2 - 1}{n} \right\}_{n=1}^{\infty}$

b) $\left\{ \frac{(n!)^2}{(2n)!} \right\}_{n=1}^{\infty}$ (husk at $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n-1) \cdot n$)

c) $\left\{ \frac{\sin n}{n} \right\}_{n=1}^{\infty}$

- 2 La $a_1 = 3$ og $a_{n+1} = \sqrt{15 + 2a_n}$ for $n = 1, 2, 3, \dots$. Vis at $\{a_n\}$ er voksende og oppad begrenset. Hva er grenseverdien til følgen?

- 3 Finn summen av rekken

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}.$$

(Hint: Delbrøksoppspalt og skriv ut delsummene.)

- 4 Avgjør om følgende rekker konvergerer eller divergerer. (Hint: Integraltesten.)

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 + 1}$

b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$

Oppgaver med løsningsforslag

- 1 Gitt følgen

$$\left\{ \frac{(-1)^n n}{e^n} \right\},$$

bestem om følgen er (a) begrenset, (b) voksende, (c) avtagende og (d) konvergent.

Finn grensen til følgene

2 $\left\{ \frac{n^5}{e^n} \right\}.$

3 $\{(e^{2n} - 2n)^{1/n}\}.$

I oppgavene 4 og 5, finn summen til rekkene.

$$\boxed{4} \quad \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n}.$$

$$\boxed{5} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3 + 2^n}{3^{n+2}}.$$

Avgjør om rekkene i oppgavene 6 og 7 konvergerer.

$$\boxed{6} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2 + n + 1}.$$

$$\boxed{7} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^3}.$$