

Anbefalte oppgaver uke 43

Høsten 2020

Oppgaver til plenumsregning

- 1 Hvis du vet at $f(2) = 4$, $f'(2) = -1$ og $\frac{1}{2x} \leq f''(x) \leq \frac{1}{x}$ for $2 \leq x \leq 3$, hva er den beste tilnærmingen du kan gi til $f(3)$?

- 2 a) En kurve K i xy -planet har ligning

$$2e^{2x} - e^y = x^2y.$$

Vis at punktet $(0, \ln 2)$ ligger på K og finn ligningen for tangenten til K i dette punktet.

- b) Finn Taylorpolynom av grad 2, $P_2(x)$, om $x = 0$ for funksjonen $y = f(x)$ som er definert implisitt ved ligningen over.

- 3 Funksjonen f er definert ved

$$f(x) = \int_0^x \frac{\arctan t}{t^6 + 1} dt.$$

- a) Bestem $f(0)$, $f'(0)$, og $f''(0)$, og finn Taylorpolynom $P_2(x)$ av grad 2 i $a = 0$ for f .

- b) Bruk Taylors teorem med $n = 2$ til å finne en øvre og en nedre skranke for $f(0.4)$ (med andre ord finn tall U og L slik at $L \leq f(0.4) \leq U$) når det oppgis at

$$-1 \leq f'''(x) \leq 0 \quad \text{for } 0 \leq x \leq 0.4.$$

- 4 La f være en to ganger deriverbar funksjon med $f(0) = 0$, $f'(0) = 2$ og $f''(0) = 1$. Finn Taylorpolynom av grad 2 til funksjonen $g(x) = f(f(x))$ om punktet $x = 0$.

- 5 La

$$I = \int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{4}}} \sin(t^2) dt.$$

- a) Finn en tilnærming til I ved å bruke Simpsons metode med 4 delintervaller.

- b) Finn en tilnærming til I ved å bruke Taylorpolynom av orden 3 til $f(x) = \sin x$ om $x = 0$.

Oppgaver med løsningsforslag

- 1 Bruk Taylorpolynom til å finne grenseverdien

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}.$$

- 2 Finn lineariseringen til $\sqrt{3 + x^2}$ om $x = 1$.

- 3 Finn lineariseringen til $\frac{1}{\sqrt{x}}$ om $x = 4$.

- 4 Finn lineariseringen til $\cos 2x$ om $x = \frac{\pi}{3}$.

- 5 Finn tredje ordens taylorpolynom til $\cos x$ om $x = \frac{\pi}{4}$.
- 6 Estimér $\sqrt{61}$ ved å sette opp andre ordens taylorpolynom for \sqrt{x} om $x = 64$. Estimér feilen og finn et intervall du kan være sikker på inneholder den eksakte verdien.
- 7 Skriv opp Taylors formel med Lagranges feilledd for $f(x) = \ln x$, $a = 1$ og $n = 6$.
- 8 Finn $P_4(x)$ for $\sin^2 x$ om $x = 0$.