

Anbefalte oppgaver uke 39

Høsten 2020

Oppgaver til plenumsregning

- 1 Finn en funksjon f slik at

$$\frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n k e^{-\frac{k^2}{n^2}}$$

er en Riemannsum for f på intervallet $[0, 1]$. Bruke dette til å bestemme grenseverdien

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n k e^{-\frac{k^2}{n^2}}.$$

- 2 Finn gjennomsnittsverdien av funksjonen $f(x) = |x + 1| \operatorname{sgn}(x)$ på intervallet $[-2, 2]$, der

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0, \\ -1 & x < 0. \end{cases}$$

- 3 La

$$F(t) = \int_0^t \cos(x^2) dx,$$

og finn $\frac{d}{dx} F(\sqrt{x})$.

- 4 Regn ut integralene

$$(i) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + \cos x} dx \quad (ii) \int \frac{\sin(x)}{1 + \cos(x)} dx.$$

(Hint: $\cos(2\theta) = 2 \cos^2 \theta - 1 = 1 - 2 \sin^2 \theta$.)

- 5 Finn området avgrenset av den lukkede kurven $y^2 = x^4(2 + x)$ til venstre for y -aksen.

Oppgaver med løsningsforslag

- 1 Regn ut

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{2n + 3i}{n^2}.$$

- 2 Oppgave 5.3.8 fra Adams.

La P_n være en uniform partisjon av intervallet $[0, 2]$ hvor inkrementene har lengde $2/n$. Regn ut $L(f, P_n)$ og $U(f, P_n)$ for funksjonen $f(x) = 1 - x$ på intervallet $[0, 2]$. Deretter vis at

$$\lim_{n \rightarrow \infty} L(f, P_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} U(f, P_n).$$

3 Finn gjennomsnittsverdien til $f(x) = e^{3x}$ på intervallet $[-2, 2]$.

4 Regn ut

$$\int \frac{x^2}{2+x^6} dx.$$

5 Finn arealet begrenset av $y = x/(x^2 + 16)$, $y = 0$, $x = 0$ og $x = 2$.

6 Funksjonene $y = \sin^2(x)$ og $y = 1$ avgrenser et uendelig antall noe avrundede pizzastykker. Finn arealet av ett av disse.

7 Regn ut

$$\int e^x \sqrt{1+e^x} dx.$$

(H14)