

Anbefalte oppgaver uke 37

Høsten 2020

Oppgaver til plenumsregning

- 1 Ligningen

$$y(1 - y^2) + \sin\left(\frac{2\pi x}{1 + y^2}\right) = 0$$

beskriver en kurve i planet. Vis at kurven går gjennom punktet $(1, 1)$, og finn ligningen for tangentlinjen til kurven i dette punktet.

- 2 En 5 meter lang stige står opptil en vegg på et flatt underlag. På et gitt tidspunkt er toppen av stigen 4 meter over bakken, og foten av stigen glir bort fra veggen med en fart på 0.1 meter i sekundet. Hvor fort beveger toppen av stigen seg på det gitte tidspunktet?

- 3 Finn grenseverdiene:

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x \cot x} \qquad (ii) \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin(t) - \tan(t)}{t^2}.$$

- 4 Bestem hvorvidt funksjonen $f(x) = 1/(x - 1)$ har globale eller lokale ekstremalverdier på intervallet $(0, 1)$ og angi disse.

- 5 La $f: [-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ være gitt ved

$$f(x) = \sqrt{1 + x^3}.$$

Bestem hvor f er konveks og konkav og finn vendepunktene.

Oppgaver med løsningsforslag

- 1 Finn den implisitt deriverte av y med hensyn på x dersom

$$\frac{x - y}{x + y} = \frac{x^2}{y} + 1$$

som et uttrykk i x og y .

- 2 Finn en ligning for tangentlinjen i $(2, -1)$ til kurven gitt ved

$$x + 2y + 1 = \frac{y^2}{x - 1}.$$

- 3 Vis at ellipsen

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

og hyperbelen

$$\frac{x^2}{A^2} - \frac{y^2}{B^2} = 1$$

skjærer hverandre i rette vinkler dersom $A^2 \leq a^2$ og $a^2 - b^2 = A^2 + B^2$.

4 4.1.40 fra Adams.

En lyktestolpe er 20 meter høy. I tid $t = 0$ slipper vi en ball fra samme høyde som som lampen 10 meter unna. Ballen faller med tyngdeakselerasjon 9.8 m/s^2 til den treffer bakken. Hvor fort beveger skyggen til ballen seg langs bakken (a) etter 1s? (b) i det øyeblikket ballen treffer bakken.

5 Finn grensen

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\ln(1 + x^2)}.$$

6 Finn grensen

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}.$$

7 La $f(x) = 1/(1 - x)$. Finn eventuelle lokale og globale maksima og minima på $[2, 3]$.

8 Finn og klassifiser de kritiske punktene til $f(x) = (x^2 - 3)e^x$.