

Anbefalte oppgaver uke 35 og 36

Høsten 2020

Oppgaver til plenumsregning

- 1 Vis at ligningen $x^3 - 15x + 1 = 0$ har minst tre løsninger på intervallet $[-4, 4]$. (Vink: Skjæringssetningen.)
- 2 La $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ være en like (det vil si symmetrisk om $x = 0$) funksjon. Vis at dersom f er høyre-kontinuerlig i punktet $x = 0$ så er f kontinuert i $x = 0$.
- 3 La $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ være gitt ved $f(t) = |2 + t^3|$. Hvor eksisterer $f'(t)$? Bestem den deriverte $f'(t)$ der den eksisterer.
- 4 La $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ være gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}.$$

Bestem hvor f er økende og hvor f er avtagende.

- 5 (Hentet fra MAT111 UiB eksamen H17)
Bruk den formelle definisjonen av grenseverdi til å vise at

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 4x - 3) = 2.$$

Oppgaver med løsningsforslag

- 1 Finn en ligning for tangentlinjen til $f(x) = \sqrt{5 - x^2}$ i $x = 1$.
- 2 Hvor er $f(x) = |x^2 + 3x + 2|$ ikke deriverbar?
- 3 Vis at den deriverte at $f(x) = \sqrt[n]{x}$ er

$$f'(x) = \frac{1}{nx^{\left(\frac{n-1}{n}\right)}}$$

for alle $x > 0$.(Vink: $a^n - b^n = (a - b) \sum_{j=0}^{n-1} a^j b^{n-1-j}$.)

- 4 Finn

$$\frac{d}{dt} ((1+t)(1+2t)(1+3t)(1+4t))$$

i punktet $t = 0$.

- 5 La $f(x) = |1 - x^2|$. Finn $f'(x)$.
- 6 La $f(x) = 1/x$. Finn en generell formel for $f^{(n)}(x)$.
- 7 Vis at $\tan x > x$ for $x \in (0, \pi/2)$.
- 8 En rakett skytes ut ved $t = 0$. Farten er de første 120 sekundene er gitt ved

$$v(t) = 0.0004t^3 - 0.03t^2 + 8t.$$

Finn den maksimale og minimale akselerasjonen. (Kont 2001.)