# TMA4100 Matematikk 1 – høsten 2019

## Oversiktsforelesning 11

# Nøkkelbegreper — uke 44

- Sammenligningstesten
  Grensesammenligningstesten
- Forholdstesten
  (Rottesten)
- Alternerende rekke-testen
- Absolutt og betinget konvergens

# Sammenligningstesten

Anta det fins $K \geq 0$ slik at for alle $n$ er

$$0 \leq a_n \leq Kb_n.$$

Da gjelder:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergerer $\implies$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergerer

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergerer $\implies$ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ divergerer

# Grensesammenligningstesten

Anta

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = L.$$

Hvis $0 < L < \infty$, er enten

(a) både $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ og $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergente, eller

(b) både $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ og $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ divergente.

# Forholdstesten

Anta $a_n > 0$ og at

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \rho.$$

Da gjelder:

(a) $0 \leq \rho < 1 \implies \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergent

(b) $\rho > 1 \implies \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ divergent

(c) $\rho = 1 \implies$ ingen konklusjon!!

# Alternerende rekke-test

Anta $a_n a_{n+1} < 0$, $|a_n| \geq |a_{n+1}|$, og at $a_n \to 0$.

Da konvergerer den alternerende rekken $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

**Avbruddfeil:** $\left|S - \sum_{n=1}^{N} a_n\right| \leq |a_{N+1}|, \quad S = \sum_{n=1}^{\infty} a_n.$

# Absolutt og betinget konvergens

Rekka $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ **konvergerer absolutt**

hvis $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ konvergerer.

Rekka $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ **konvergerer betinget**

hvis $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergerer men $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ divergerer.

En absolutt konvergent rekke er konvergent.