

## Anbefalte oppgaver uke 40

Høsten 2018

## Oppgaver til plenumsregning

- 1 a) Et vannkar dannes ved å rotere kurven

$$y = \frac{x^3}{4}, \quad x \geq 0$$

om  $y$ -aksen. Finn volumet av karet opp til høyde  $h$ .

- b) Karet fylles med vann. Hvor fort stiger vannhøyden i karet idet høyden er 2 dm og vannet strømmer inn med 10 liter per sekund? (Vi antar at  $x$  og  $y$  er målt i dm.)
- 2 Et  $45^\circ$  hakk karves inn til midten av en sylindrisk kubbe som er 40cm tykk, slik som i Figur 7.20 på s. 404 i læreboka. Den ene overflaten til hakket er vinkelrett på aksene som går gjennom kubben. Hvor mye tre (i volum) ble fjernet ved å lage dette hakket?
- 3 La  $f(x)$  være en ikkenegativ funksjon som er deriverbar med kontinuerlig derivert for  $x \geq 1$ . Buelengden til kurven  $y = f(x)$  fra  $x = 1$  til  $x = u$  er gitt ved en funksjon  $H(u)$ . Bestem funksjonen  $f$  dersom

$$H(u) = \frac{u^3}{3} + u - \frac{4}{3} \quad \text{og} \quad f(1) = 0.$$

- 4 Lisa skal bake smultringer på dugnad for UKA-17. Smultringene skal være 2cm tykke, ha senterhull på 2cm i diameter og dekkes med sjokoladeglasur. Det trengs 5dl glasur for å dekke 1 kvadratmeter bakverk. Hvor mye sjokoladeglasur trenger hun om hun skal lage 100 smultringer?
- 5 Et av svømmebassengene på Pirbadet er 20 meter langt, 8 meter bredt og har en skrå bunn som er slik at dybden ved den ene kortsiden er 1 meter, og 3 meter ved den andre. Finn den totale kraften som virker på bassengbunnen, som følge av trykket i væsken, når bassenget er fylt opp med vann.

## Oppgaver med løsningsforslag

- 1 La  $S$  være området i  $xy$ -planet som er avgrensa av kurvene  $y = x^2$  og  $y = \sqrt{x}$  mellom  $x = 0$  og  $x = 1$ . Finn volumet av omdreiningslegemet som oppstår ved å dreie  $S$  om  $x$ -aksen. Bruk både sylinderskallmetoden og skivemetoden.
- 2 La  $R$  være området avgrenset av  $y = x$  og  $y = x^2$  mellom  $x = 0$  og  $x = 1$ .
- a) Finn volumet av omdreiningslegemet som oppstår når  $R$  blir rotert om  $x$ -aksen.
- b) Finn volumet av omdreiningslegemet som oppstår når  $R$  blir rotert om  $y$ -aksen.
- 3 Et legeme er 6 meter høyt. Det horisontale tversnittet i en høyde  $z$  meter over grunnflata er et rektangel med lengde  $2 + z$  meter og bredde  $6 - z$  meter. Finn volumet av legemet.
- 4 Finn buelengden til kurven

$$y^2 = (x - 1)^3$$

fra  $(1, 0)$  til  $(2, 1)$ .

- 5 Finn arealet av overflata som oppstår ved å rotere kurven

$$y = x^2, \quad 0 \leq x \leq 2$$

om  $y$ -aksen.

- 6 La  $A$  være området i  $xy$ -planet som er avgrensa av kurvene

$$y_1 = 4 - x^2$$

$$y_2 = 2 - x.$$

Bestem volumet av omdreiningslegemet som oppstår ved å dreie  $A$  om  $x$ -aksen.

(H16)

- 7 La  $a$  og  $h$  være positive størrelser, og la  $A$  være området i 1. kvadrant avgrenset av parabolen  $y = ax^2$ ,  $y$ -aksen og den horisontale linjen  $y = h$ . Området  $A$  roteres om  $y$ -aksen.

a) Området  $A$  roteres om  $y$ -aksen. Finn volumet til rotasjonslegemet.

b) Anta at rotasjonslegemet er fylt med vann som deretter tappes ut. I et gitt øyeblikk er vannhøyden 1 m, og vannet strømmer ut med en hastighet av  $2 \text{ dm}^3$  pr. sekund. Hvis  $a = \pi(\text{dm}^{-1})$ , hvor raskt avtar vannhøyden i dette øyeblikket?

(Sommer 2013)