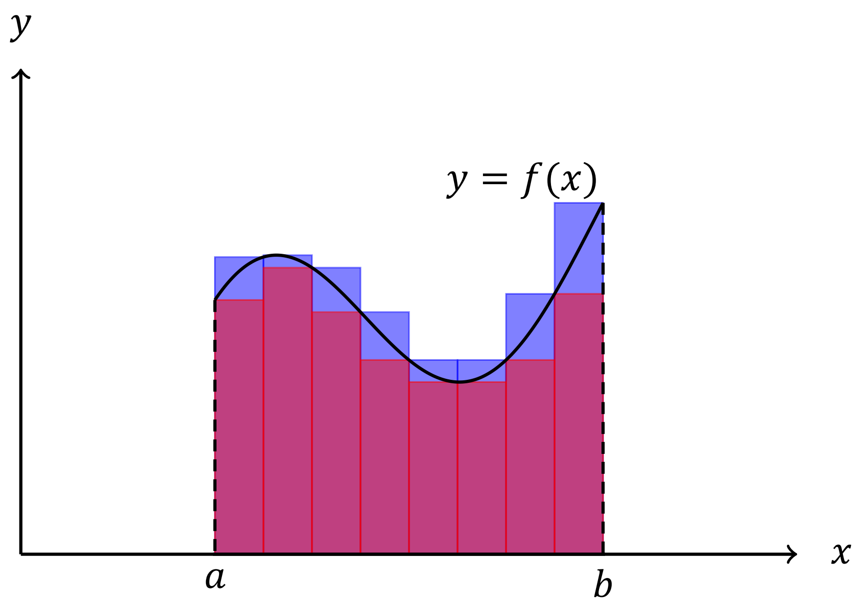
NØKKELBEGREPER — UKE 38

- Det bestemte integralet
- Middelverditeoremet for integraler
- Analysens fundamentalsetning
- Substitusjon
- Arealet mellom to kurver

DET BESTEMTE INTEGRALET



$$L(f,P) \leq I \leq U(f,p)$$

TEOREM 5.3

La f og g være integrerbare på et intervall som inneholder a, b og c. Da gjelder:

(a) $\int_a^a f(x)\, dx = 0$

(b) $\int_a^b f(x)\, dx = -\int_b^a f(x)\, dx$

(c) $\int_a^b [Af(x) + Bg(x)]\, dx = A\int_a^b f(x)\, dx + B\int_a^b f(x)\, dx$, A, B konstanter

(d) $\int_a^b f(x)\, dx + \int_b^c f(x)\, dx = \int_a^c f(x)\, dx$

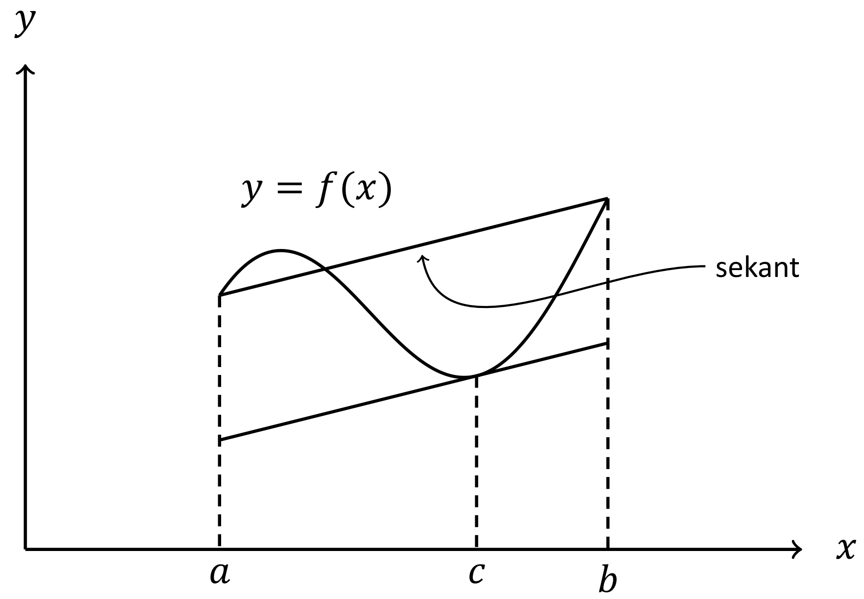
(e) Hvis $a \leq b$ og $f(x) \leq g(x)$ for $a \leq x \leq b$, så er $\int_a^b f(x)\, dx \leq \int_a^b g(x)\, dx$.

(f) Hvis $a \leq b$, så er $\left|\int_a^b f(x)\, dx\right| \leq \int_a^b |f(x)|\, dx$.

(g) Hvis f er en odde funksjon, så er $\int_{-a}^a f(x)\, dx = 0$.

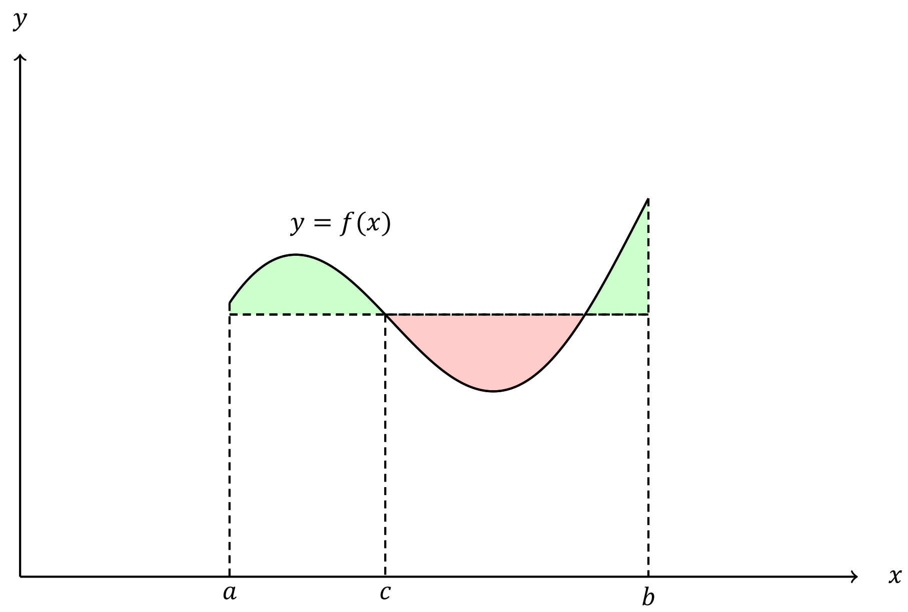
(h) Hvis f er en like (jevn) funksjon, så er $\int_{-a}^a f(x)\, dx = 2\int_0^a f(x)\, dx$.

SEKANTSETNINGEN (MIDDELVERDITEOREMET)



$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

MIDDELVERDITEOREMET FOR BESTEMTE INTEGRALER



$$f(c) = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$

ANALYSENS FUNDAMENTALTEOREM

Anta f kontinuerlig på et intervall I og $a \in I$.

I. Da er

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\ dt = f(x).$$

II. Hvis F er en antiderivert av f, så er

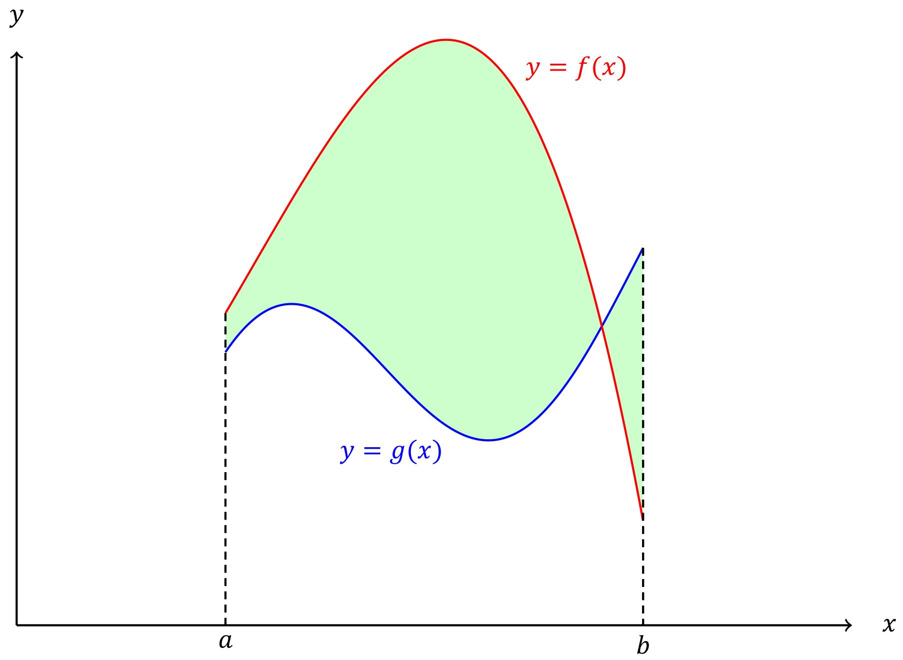
$$\int_a^b f(x)\ dx = F(b) - F(a) = [F(x)]_a^b.$$

TEOREM 5.6

Anta at g er deriverbar på $[a, b]$, hvor $g(a) = A$ og $g(b) = B$. Anta også at f er kontinuerlig på verdimengden til g. Da er

$$\int_a^b f(g(x))g'(x)\,dx = \int_A^B f(u)\,du.$$

AREALET MELLOM TO KURVER



$$A = \int_a^b |f(x) - g(x)|\, dx$$