

Skriftlig innlevering 3

Høsten 2017

Innleveringsfrist: 27. oktober, kl. 16.00.

- 1 La R være flatestykket i xy -planet som er avgrenset av kurvene $x^2 + y^2 = 5$, $y = 2x$ og $x = 0$ (y -aksen). La T være omdreingslegemet som fremkommer når R roteres om y -aksen.

Finn volumet av T .

- 2 a) Vis at ligningen $\arctan x = x^2$ har minst én løsning. Grunngi deretter at ligningen har nøyaktig én positiv løsning, r .
- b) Skriv ned taylorpolynomet av grad 3 om $x = 0$ for $f(x) = \arctan x$. Bruk dette til å finne en tilnærmet verdi av den positive løsningen r i a).

- 3 La $a_1 = 1$ og $a_{n+1} = \sqrt{1 + 2a_n}$ for $n = 1, 2, 3, \dots$. Vis at $\{a_n\}$ er voksende og begrenset ovenifra. (Vink: Vis ved induksjon at 3 er en øvre skranke).

Vis deretter at følgen konvergerer og finn grenseverdien.

- 4 a) La $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ være en følge slik at $a_n > 0$ for alle n og $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergerer. Avgjør om rekkene

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 \quad \text{og} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + a_n)$$

konvergerer. Begrunn svarene.

- b) Avgjør om de gitt rekkene konvergerer. Svaret skal begrunnes.

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan n}{1 + n^2} \quad (ii) \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n}$$