

Anbefalte oppgaver uke 43

Høsten 2017

Oppgaver til plenumsregning

- 1 Avgjør hvorvidt de følgende følgene er begrensede, monotone, og konvergente (og mot hva).

a) $\left\{ \frac{n^2 - 1}{n} \right\}$

b) $\left\{ \frac{(n!)^2}{(2n)!} \right\}$ (husk at $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n-1) \cdot n$)

c) $\left\{ \frac{\sin n}{n} \right\}$

- 2 La $a_1 = 3$ og $a_{n+1} = \sqrt{15 + 2a_n}$ for $n = 1, 2, 3, \dots$. Vis at $\{a_n\}$ er økende og begrenset ovenifra. Hva er grenseverdien til følgen?

- 3 Finn summen av rekka

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}.$$

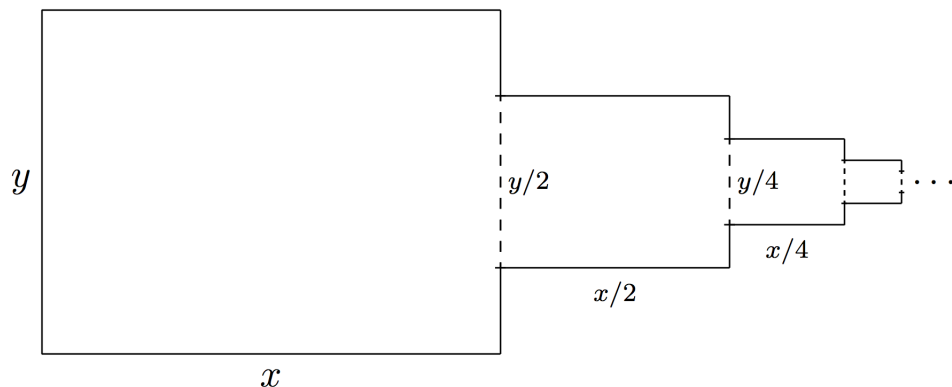
(Hint: Delbrøksoppspalt og skriv ut delsummene.)

- 4 Avgjør om følgende rekker konvergerer eller divergerer. (Hint: Integraltesten)

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 + 1}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$

- 5 Med utgangspunkt i et rektangel med sidekanter x og y lages et område som antydnet i nedenstående figur.



Det vil si at en uendelig sekvens av rektangler "hektes" på hverandre, slik at vi ved hver "påheking" halverer sidekantene i foregående rektangel.

Omkretsen av området skal være 6. Hva må x og y være for at området skal ha maksimalt areal?

Oppgaver med løsningsforslag

1 Gitt følgen

$$\left\{ \frac{(-1)^n n}{e^n} \right\}.$$

Bestem om følgen er (a) begrenset, (b) økende, (c) avtagende og (d) konvergent.

Finn grensen til følgene

2 $\left\{ \frac{n^5}{e^n} \right\}.$

3 $\{(e^{2n} - 2n)^{1/n}\}.$

I oppgave 4-6, finn summen til rekkene.

4 $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n}.$

5 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3+2^n}{3^{n+2}}.$

6 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}.$

Avgjør om rekkene i oppgave 7-9 konvergerer.

7 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^2+n+1}.$

8 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^3}.$

9 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^{100} 2^n}{\sqrt{n!}}.$