Anbefalte oppgaver uke 38

Høsten 2017

Oppgaver til plenumsregning

$\boxed{1}$ La

$$S_n = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{n}\sqrt{1-\left(\frac{j}{n}\right)^2}.$$

Tolk S_n som en sum av av arealer av rektangler som tilnærmer arealet under en kurve. Bruk dette til å bestemme grenseverdien $\lim_{n\to\infty} S_n$.

$\boxed{2}$ Finn en funksjon f slik at

$$\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n} ke^{-\frac{k^2}{n^2}}$$

er en Riemannsum for f på intervallet $[0, 1]$. Bruke dette til å bestemme grenseverdien

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n} ke^{-\frac{k^2}{n^2}}.$$

$\boxed{3}$ Finn gjennomsnittsverdien av funksjonen $f(x) = |x + 1|\text{sgn}(x)$ på intervallet $[-2, 2]$, der

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0, \\ -1 & x < 0. \end{cases}$$

$\boxed{4}$ La

$$F(t) = \int_0^t \cos(x^2)\, dx,$$

og finn $\frac{d}{dx}F(\sqrt{x})$.

$\boxed{5}$ Regn ut integralene

$$i) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1+\cos x}\, dx \qquad ii) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\sin x}\, dx.$$

(Hint: $\cos(2\theta) = 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\sin^2\theta$ og $\sin\theta = \cos(\frac{\pi}{2} - \theta)$.)

Oppgaver med løsningsforslag

$\boxed{1}$ Regn ut

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{2n+3i}{n^2}.$$

$\boxed{2}$ Oppgave 5.3.8 fra Adams.

$\boxed{3}$ Forenkle uttrykket

$$\int_0^2 3f(x)\,dx + \int_1^3 3f(x)\,dx - \int_0^3 2f(x)\,dx - \int_1^2 2f(x)\,dx.$$

$\boxed{4}$ Finn gjennomsnittsverdien til $f(x) = e^{3x}$ på intervallet $[-2, 2]$.

$\boxed{5}$ Regn ut

$$\int \frac{x^2\,dx}{2 + x^6}.$$

$\boxed{6}$ Finn arealet begrenset av $y = x/(x^2 + 16)$, $y = 0$, $x = 0$ og $x = 2$.

$\boxed{7}$ Funksjonene $y = \sin^2(x)$ og $y = 1$ avgrenser et uendelig antall noe avrundede pizzastykker. Finn arealet av et av disse.

$\boxed{8}$ Beregn

$$\int e^x\sqrt{1 + e^x}\,dx.$$

(H14)