

Kalkulus 1: Koblede vekstrater og Newtons metode

Kapittel 4.1 og 4.2 i Calculus 1 for NTNU, Pearson.

Det er meningen å notere når vi går gjennom utfordringene (på slutten). Ikke ta notater fra "Repetisjon" eller "Videre". Valgfritt å notere fra "Innhold".

Hvorfor?

Koblede vekstrater (related rates) er veldig anvendbart. Oppgavene dere skal løse her er typiske fysikkoppgaver.

Newtons metode bruker vi til å finne nullpunkter, eller finne der to funksjonsuttrykk er like. Vi bruker denne algoritmen til å få mer numerikk-forståelse.

Disse to kapitlene har ingenting med hverandre å gjøre.

Utfordring 1: Kjegle

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}\pi r^2 h & \left. \frac{dV}{dt} \right|_{t_0} &= \frac{1}{12} \text{ m}^3/\text{min} \\ h(t_0) &= 4\text{m} & h_{max} &= 5\text{m} \\ r(t_0) &= ?\text{m} & r_{max} &= 2\text{m} \\ & & \left. \frac{dh}{dt} \right|_{t_0} &= ? \end{aligned}$$

Utfordring 2: Newtons metode

- 1) Bruk Newtons metode (fordi det er en effektiv algoritme) til å finne når $e^{3x} = 7$.
- 2) Hvorfor kan vi ikke regner med at algoritmen funker på $g(x) = x - 1 + \sin(x) = 0$?

Repetisjon

Fra før Implisitt derivasjon (husk produkt- og kjerneregel)

Merk Funksjons-likning vs. Tall-likning

Fra før Benevning (SI eller føtter og pund)

Innhold: Vekstrater

Metode Tenk "Hva er lurt? Hva er lov?"

Eksempel $A = \frac{1}{2}hx$. Når bredden er 4m og øker med 1 m/s, er høyden 0.17 km og øker med 3km/t. Hvor mye forandrer arealet seg?

Tips Skriv vertikale streker, og kall tidspunktet t_0

Tips Skriv opp alt vi vet og ikke vet om oppgaven på en presis måte, det vi si, som likninger (se utfordring 1)

Innhold: Newtons metode

Mål Finne nullpunktet til funksjoner

Algoritmen

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Eksempel Bruk algoritmen på $e^x + 2x$

Pro Konvergerer raskt

Con Må ha en fin derivert

Con Kanskje den ikke konvergerer

Fix Kan analysere feilstørrelsen (Teorem 2 i boka)

Fix Kan kombineres med binærsøk

Videre

Frempek Taylorpolynom

Frempek Numerisk løsning av differensiallikning

Ekstra

Eksempel: $x = 4 \cos t$, $y = t^2 + 1$, $r^2 = x^2 + y^2$. Finn \dot{r} .