Grenseverdier i Maple.

Funksjoner med delt forskrift kan også defineres ved hjelp av "Expression"-menyen til venstre.

Notasjonen betyr at h(x)=0 når x<0 og at h(x)=1 når x>=0, og spesielt at h(0)=1.

$h := x \to \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases};$

$$x \to piecewise(x < 0, 0, 0 \leq x, 1) \tag{1}$$

For å regne ut ensidige grenser, gjør vi på samme måte som for vanlige grenser, men legger til et tredje argument; "left" eller "right".

Vi ser i dette tilfelle at både venstre- og høyregrense eksisterer når x går mot 0, men at de er ulike, og dermed eksisterer ikke grensen, når x går mot 0.

$limit(h(x), x = 0, left); limit(h(x), x = 0, right); limit(h(x), x = 0);$

$$0$$

$$1$$

$$undefined \tag{2}$$

At en grenseverdi ikke eksisterer kan også skyldes oscillasjon.

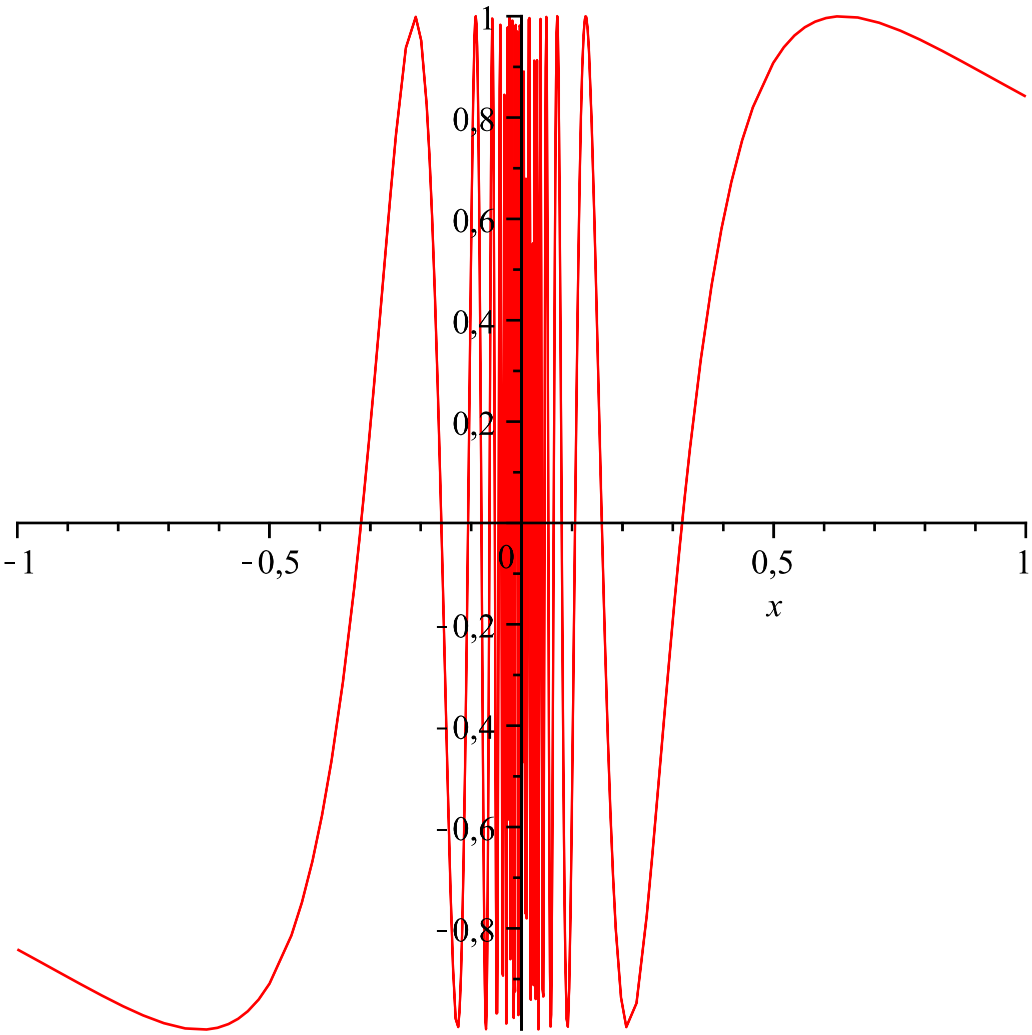
$limit\left(\sin\left(\frac{1}{x}\right), x = 0\right);$

$$-1\,..1 \tag{3}$$

Merk at Maple returnerer et intervall som grenseverdi i dette tilfelle.

Det finnes en logikk bak det, som man kanskje kan se utifra plottet under, men: grensen eksisterer likefullt IKKE i dette tilfellet!

$plot\left(\sin\left(\frac{1}{x}\right), x = -1\,..1\right);$



Vi betrakter videre funksjonen x^x=e^(x ln(x)) som er definert for x>0.

$p := x \rightarrow x^x;$

$$x \rightarrow x^x \tag{4}$$

Vi regner ut både høyregrensen,
grensen og funksjonsverdien i 0 og de viser seg å sammenfalle.
Det er imidlertid ikke alle som definerer p(0) i matematikkens verden.
Den interesserte kan prøve å tenke på for hvilke negative verdier av x hvor p(x) gir mening.

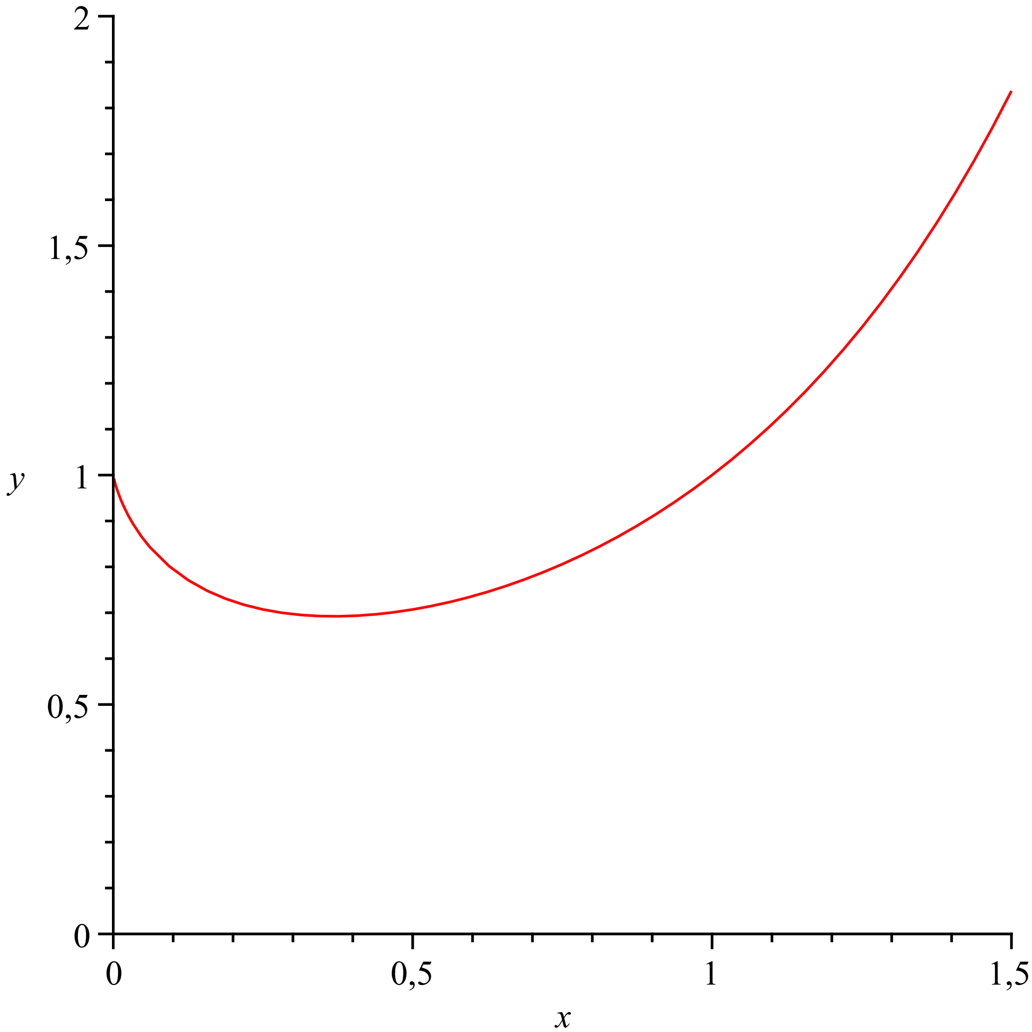
$limit(p(x), x=0, right); limit(p(x), x=0); p(0);$

$$1$$

$$1$$

$$1 \tag{5}$$

$plot(p(x), x=0..1.5, y=0..2);$



Ved å bruke "seq"-kommandoen lager man en tabell av verdier for p(x).
Det andre argumentet er x-intervallet man ønsker å ha verdier for, mens det tredje argumentet er steglengden.

$seq(p(x), x = 0.01 ..0, -0.001);$

$$0.9549925860, 0.9584913162, 0.9621099806, 0.9658633485, 0.9697703628, 0.9738562370, 0.9781562629, 0.9827235503, 0.9876477075, 0.9931160484, \mathit{Float}(\mathit{undefined}) \quad \textbf{(6)}$$

For å finne ekstrempunkter til p kan man bruke "extrema"-kommandoen (men det er også andre muligheter).
Denne gir y-koordinaten til bunnpunktet, og vi kan også lagre x-koordinaten (som er 1/e) som 'a'.

$extrema(p(x), \{\ \}, x,'a'); evalf(\%); evalf(a);$

$$\left\{e^{-e^{-1}}\right\}$$

$$\{0.6922006275\}$$

$$\{\{x = 0.3678794412\}\} \quad \textbf{(7)}$$

Vi betrakter til slutt følgende funksjon, som vi også vil komme tilbake til senere.
Merk spesielt at selv om funksjonen oscillerer nær 0, så "drepes" denne oscillasjonen av

x^2, og dermed eksisterer grenseverdien når x går mot 0.

$d := x \rightarrow x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right);$

$$x \rightarrow x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) \qquad \textbf{(8)}$$

$limit(d(x), x = 0);$

$$0 \qquad \textbf{(9)}$$

$plot(d(x), x = -0.1 .. 0.1);$