

Integrasjon og substitusjon i Maple

Maple er veldig god til å integrere

. Her skal vi se på et par metoder vi kan bruke.

$$f := x \rightarrow x \cdot \sin(x) \qquad x \rightarrow x \sin(x) \qquad (1)$$

$$\int f(x) \, dx \qquad \sin(x) - x \cos(x) \qquad (2)$$

$$\int_1^5 f(x) \, dx \qquad -\sin(1) + \cos(1) + \sin(5) - 5 \cos(5) \qquad (3)$$

$$\text{evalf}(\%) \qquad -2.678403882 \qquad (4)$$

Når vi skal regne ut arealet mellom to kurver må vi være forsiktig, også med Maple. Om vi vil finne arealet mellom $\sin(x)$ og $\cos(x)$ på intervallet $(0, 2\pi)$, kan vi prøve:

$$h := x \rightarrow \sin(x) \qquad x \rightarrow \sin(x) \qquad (5)$$

$$g := x \rightarrow \cos(x) \qquad x \rightarrow \cos(x) \qquad (6)$$

$$\int_0^{2 \cdot \pi} (g(x) - h(x)) \, dx \qquad 0 \qquad (7)$$

Noe som ikke er riktig. Prøver vi istedet med

$$\int_0^{2 \cdot \pi} \left(|g(x) - h(x)| \right) dx \qquad 4\sqrt{2} \qquad (8)$$

får vi riktig svar.

Vi kan også få Maple til å vise oss hvordan man går frem for å finne substitusjoner i integraler:

with(Student-Calculus1) :

infolevel[Student[Calculus1]] := 1 :

Rule[change, u = 2 * x](Int(sin(2 * x), x = a ..b));

Creating problem #1

Applying substitution $x = 1/2 * u$, $u = 2 * x$ with $dx = 1/2 * du$, $du = 2 * dx$

$$\int_a^b \sin(2x) dx = \int_{2a}^{2b} \frac{1}{2} \sin(u) du \quad (9)$$

Rule[change, u = sqrt(x)](Int(sin(sqrt(x)) / sqrt(x), x = a ..b));

Creating problem #2

Applying substitution $x = u^2$, $u = x^{(1/2)}$ with $dx = 2 * u * du$, $du = 1/2/x^{(1/2)} * dx$

$$\int_a^b \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = \int_{x=a}^{x=b} 2 \sin(u) du \quad (10)$$

Rule[change, u = sqrt(x + 1)](Int((cos(sqrt(x + 1)) / sqrt(x + 1)), x = a ..b));

Creating problem #3

Applying substitution $x = -1 + u^2$, $u = (x + 1)^{(1/2)}$ with $dx = 2 * u * du$, $du = 1/2/(x + 1)^{(1/2)} * dx$

$$\int_a^b \frac{\cos(\sqrt{x + 1})}{\sqrt{x + 1}} dx = \int_{x=a}^{x=b} 2 \cos(u) du \quad (11)$$

Rule[change, u = sqrt(x + 1)](Int((cos(sqrt(x + 1)) / sqrt(x + 1)), x = 0 ..8));

Creating problem #4

Applying substitution $x = -1 + u^2$, $u = (x + 1)^{(1/2)}$ with $dx = 2 * u * du$, $du = 1/2/(x + 1)^{(1/2)} * dx$

$$\int_0^8 \frac{\cos(\sqrt{x + 1})}{\sqrt{x + 1}} dx = \int_1^{\sqrt{9}} 2 \cos(u) du \quad (12)$$

int((cos(sqrt(x + 1)) / sqrt(x + 1)), x = 0 ..8)

$$-2 \sin(1) + 2 \sin(3) \quad (13)$$

evalf(%)

$$-1.400701954 \quad (14)$$

Kommandoen AntiderivativeTutor kan hjelpe oss med å finne, visualisere og plote den antideriverte til forskjellige funksjoner:

AntiderivativeTutor(4 * x^3, -1 ..1);

