

Initialverdiproblem med Maple

Maple kan hjelpe oss både med å finne den generelle løsningen av ordinære differensialligninger, samt løse initialverdiproblem.

Vi kan lagre ligningen som en variabel slik:

$$\begin{aligned} \text{ode1} &:= \text{diff}(y(x), x) - x \cdot \sqrt{y(x)} = 0; \\ &\frac{d}{dx} y(x) - x \sqrt{y(x)} = 0 \end{aligned} \tag{1}$$

Og initialverdien slik:

$$\begin{aligned} \text{init1} &:= y(4) = 5; \\ &y(4) = 5 \end{aligned} \tag{2}$$

Vi bruker så kommandoen $\text{dsolve}(\{\text{ode}, \text{init}\})$, som gir oss den entydige løsningen:

$$\begin{aligned} &\text{dsolve}(\{\text{ode1}, \text{init1}\}) \\ &y(x) = \frac{1}{16} x^4 + \frac{1}{2} x^2 \sqrt{5} - 2 x^2 + 21 - 8 \sqrt{5} \end{aligned} \tag{3}$$

Et annet eksempel:

$$\begin{aligned} \text{ode2} &:= \text{diff}(y(x), x) - 3 \cdot x \cdot y(x) = 0; \\ &\frac{d}{dx} y(x) - 3 x y(x) = 0 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} \text{init2} &:= y(0) = 6; \\ &y(0) = 6 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} &\text{dsolve}(\{\text{ode2}, \text{init2}\}) \\ &y(x) = 6 e^{\frac{3}{2} x^2} \end{aligned} \tag{6}$$

Vi kan også få Maple til å finne integrerende faktor i ligninger ved hjelp av pakken DEtools og kommandoen $\text{DEtools}[\text{intfactor}]$:

$$\begin{aligned} &\text{with}(\text{DEtools}) : \\ \text{ode3} &:= \text{diff}(y(x), x) + x \cdot y(x) = x^3 \\ &\frac{d}{dx} y(x) + x y(x) = x^3 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} A &:= \text{DEtools}[\text{intfactor}](\text{ode3}) \\ &e^{\frac{1}{2} x^2} \end{aligned} \tag{8}$$

For å få frem den generelle løsningen til ode3 , multipliserer vi ligningen med den integrerende faktoren, og løser:

dsolve(A·ode3)

$$y(x) = -2 + x^2 + e^{-\frac{1}{2}x^2} _C1$$

_C1 betyr en vilkårlig konstant.

(9)