

Kurvelengde

Vi kan på en enkel måte regne ut lengder av forskjellige grafer med Maple sin *Student [Calculus 1]*-pakke.

I oppgave 7.3.11 vil vi regne ut lengden av kurven gitt ved $y=\cosh(x)$ mellom $x=0$ og $x=a$. Det kan gjøres slik:

with(Student[CalculusI])

[AntiderivativePlot, AntiderivativeTutor, ApproximateInt, ApproximateIntTutor, ArcLength, ArcLengthTutor, Asymptotes, Clear, CriticalPoints, CurveAnalysisTutor, DerivativePlot, DerivativeTutor, DiffTutor, ExtremePoints, FunctionAverage, FunctionAverageTutor, FunctionChart, FunctionPlot, GetMessage, GetNumProblems, GetProblem, Hint, InflectionPoints, IntTutor, Integrand, InversePlot, InverseTutor, LimitTutor, MeanValueTheorem, MeanValueTheoremTutor, NewtonQuotient, NewtonsMethod, NewtonsMethodTutor, PointInterpolation, RiemannSum, RollesTheorem, Roots, Rule, Show, ShowIncomplete, ShowSolution, ShowSteps, Summand, SurfaceOfRevolution, SurfaceOfRevolutionTutor, Tangent, TangentSecantTutor, TangentTutor, TaylorApproximation, TaylorApproximationTutor, Understand, Undo, VolumeOfRevolution, VolumeOfRevolutionTutor, WhatProblem] (1)

$L := \text{ArcLength}(\cosh(x), x=0..a);$

$$\frac{\sqrt{\sinh(a)^2 + 1} \sinh(a)}{\cosh(a)} \quad (2)$$

simplify(L) assuming a ≥ 0

$$\sinh(a) \quad (3)$$

Vi kan også få ut integralet som regnes ut, samt en plot av funksjonen. Det gjøres slik:

$\text{ArcLength}(\cosh(x), x=0..a, \text{output} = \text{integral});$

$$\int_0^a \sqrt{\sinh(x)^2 + 1} \, dx \quad (4)$$

simplify(%) assuming a > 0

$$\int_0^a \cosh(x) \, dx \quad (5)$$

value(%)

$$\sinh(a) \quad (6)$$

Noen ganger støter vi på integraler Maple ikke klarer å regne ut, som når vi vil regne ut

kurvelengden av ellipsen $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$:

$ArcLength\left(\frac{2}{3}\sqrt{3^2-x^2}, x=-3..3, output=integral\right)$

$$\int_{-3}^3 \frac{1}{3} \sqrt{\frac{5x^2-81}{-9+x^2}} dx \quad (7)$$

$value(\%)$

$$6 \operatorname{EllipticE}\left(\frac{1}{3} \sqrt{5}\right) \quad (8)$$

Maple kjenner det igjen som et elliptisk integral (Se eksempel 4, side 408 i Adams) og gir oss tilnærmet verdi

$evalf(\%)$

$$7.932719796 \quad (9)$$

Disse kommandoene finnes også i et interaktivt miljø som heter *ArcLengthTutor*. Den får vi tilgang til ved å skrive

$ArcLengthTutor(f, a..b)$