

Oppgave 2.2:19

Finn den deriverte av funksjonen

$$y = f(x) = x + \frac{1}{x}$$

vha. definisjonen av den deriverte, og uttrykk resultatet som et differensial.

Løsning

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h + \frac{1}{x+h} - x - \frac{1}{x}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left(h + \frac{x - (x+h)}{x(x+h)} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 1 - \frac{1}{x^2 + hx} \\ &= 1 - \frac{1}{x^2} \end{aligned}$$

$$\frac{dy}{dx} = f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$$

$$dy = \left(1 - \frac{1}{x^2} \right) dx$$