

**TMA4100 FOR TMFYMA**  
**ØVINGSOPPGAVE (SOM VI IKKE RAKK) TIL FORELESNING 17.09.2013**

**A & E 3.6.5.** Dette er en anbefalt oppgave, så vi nøyer oss med å se på  $\sinh^{-1} x$ . Når vi skal derivere denne funksjonen, kan vi enten ta utgangspunkt i det eksplisitte uttrykket  $\sinh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$  eller bruke kjerneregel og identiteten  $\cosh^2 y - \sinh^2 y = 1$  omskrevet som

$$(1) \quad \cosh y = \sqrt{\sinh^2 y + 1}.$$

Det siste alternative gir litt greiere regning og kan sies å gi en litt bedre forståelse av hva dette dreier seg om. Vi skriver  $x = \sinh(\sinh^{-1} x)$  og får ved kjerneregel  $1 = \cosh(\sinh^{-1} x) D_x \sinh^{-1} x$  og dermed ved identiteten (1) at

$$D_x \sinh^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}.$$

Altså følger at

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + C.$$