

TMA4100 FOR TMFYMA
ØVINGSOPPGAVER TIL FORELESNING 12.09.2013

A & E 3.2.16. Vi forenkler:

$$2\log_3 12 - 4\log_3 6 = \log_3 \frac{12^2}{6^4} = \log_3 3^{-2} = -2.$$

A & E 3.3.36. Vi husker at $D_y \ln |y| = 1/y$ og bruker kjerneregel:

$$D_x \ln |\sin x| = \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x = \frac{1}{\tan x} = \cot x.$$

A & E 3.3.53. (a) Vi observerer at $f(x) = x^{x^2} = e^{x^2 \ln x}$ og får derfor ved kjerneregel og produktregel

$$f'(x) = e^{x^2 \ln x} (2x \ln x + x) = x^{x^2+1} (2 \ln x + 1).$$

(b) Siden $x^x = e^{x \ln x}$, får vi $D_x(x^x) = e^{x \ln x} (\ln x + 1) = x^x (\ln x + 1)$. Vi får dermed, igjen ved kjerneregel og produktregel,

$$g'(x) = e^{x^x \ln x} (x^x ((\ln x)^2 + \ln x) + x^x \cdot \frac{1}{x}) = x^{x^x+x} ((\ln x)^2 + \ln x + x^{-1}).$$

A & E 3.4.10. Vi har $y = y_0 e^{kt}$, hvor $y_0 = 50$. Siden $y(5) = 20$, får vi $k = -(\ln(5/2))/5$. Videre har vi at $y(t) = 0.1 \cdot 50$ når $e^{kt} = 0.1$. Denne ligningen har løsning

$$t = 5(\ln 10) / \ln(5/2) \approx 12.56.$$

Altså er 90% av sukkeret oppløst etter ca. 12.56 timer.