

# Mål og innhold i Matte 1

Haakon Bakka

Institutt for matematiske fag

1. november 2013

Målet med denne oversikten er at vi skal se hvor vi er i pensum, og at du skal kunne finne hva du kan/ikke kan. Jeg vil i tillegg vise hva som er viktigst med tanke på eksamen/senere eksamener.

# Tema vi har i Matte 1

Hovedpunktene - Spesifikke, ikke generelle

side 1/2

## **Tema Funksjoner, Grenseverdier & Kontinuitet**

**Hvorfor** Fundament for calculus

**Forståelse** Matematiske språk" / konsepter

**Teknikk** Sjekke kontinuitet, beregne grenseverdier

**Anvendelse** Presis beskrivelse av calculus-teoremer

## **Tema Derivasjon**

**Hvorfor** Grunnleggende modellforståelse

**Forståelse** Stigningstall

**Teknikk** Derivere alle typer uttrykk

**Anvendelse** Maksimering

## **Tema Integrasjon**

**Hvorfor** Grunnleggende modellforståelse

**Forståelse** Antiderivasjon, uendelig sum

**Teknikk** Integre en del uttrykk analytisk

**Anvendelse** Regne ut arbeid i modeller (e.g. utført av en del av en elektrisk krets)

Oversikt

Motivasjon

Detaljer

Funksjoner,  
grenseverdier og  
kontinuitet

Derivasjon

Integrasjon

Integrasjon på  
kompliserte områder

Differensiallikninger

Uendelige summer

# Tema vi har i Matte 1

Hovedpunktene - Spesifikke, ikke generelle

side 2/2

## **Tema** Integrasjon på kompliserte områder

**Hvorfor** Forstå integrasjon godt nok til å bruke det i anvendelser

**Forståelse** Dele opp i biter og integrere

**Teknikk** (se over)

**Anvendelse** Massesenter

## **Tema** Differensiallikninger

**Hvorfor** Nesten alle modeller beskrives ved difflikn

**Forståelse** Hva betyr det at  $f(x)$  løser en differensiallikning?

**Teknikk** Løse separable difflikn

**Anvendelse** Finne strømmen  $i(t)$  i en krets, finne posisjonen  $x(t)$  av en planet

## **Tema** Uendelige summer

**Hvorfor** Matematikkverktøy

**Forståelse** Hva betyr det at en sum konvergerer til  $L$ ?

**Teknikk** Finne svaret på en del uendelige summer

**Anvendelse** Konvergens av Taylorpolynom

# Motivasjon

Fysikk blir lett når man kan Matte 1

side 1/2

Fra newton's lov for et fallende legeme

$$F_g = ma = mx''(t)$$

$$F_g = mg$$

og

$$\int F_1 dx = \int mx'' \frac{dx}{dt} dt = \int mvv' dt = \frac{1}{2}mv^2 = E_k$$

$$\int F_2 dx = \int mg dx = mgx = E_p$$

med  $F_1 = -F_2$  som er 'kraft er lik motkraft', får vi 'kinetisk energi + potensiell energi' er bevart.

Oversikt

Motivasjon

Detaljer

Funksjoner,  
grenseverdier og  
kontinuitet

Derivasjon

Integrasjon

Integrasjon på  
kompliserte områder

Differensiallikninger

Uendelige summer

# Motivasjon

Vi kan konstruere avanserte modeller

side 2/2

(for vanskelige eksempler)

- ▶ Varmeledningslikningen for varmen  $u$  ved posisjon  $(x, y)$  ved tid  $t$

$$\frac{d}{dt}u = \frac{d}{dx}\frac{d}{dx}u + \frac{d}{dy}\frac{d}{dy}u$$

- ▶ RLC-krets (med konstant spenningskilde) strøm  $i(t)$

$$i''(t) + \frac{R}{L}i'(t) + \frac{1}{LC}i(t) = 0$$

Oversikt

Motivasjon

Detaljer

Funksjoner,  
grenseverdier og  
kontinuitet

Derivasjon

Integrasjon  
Integrasjon på  
kompliserte områder

Differensiallikninger

Uendelige summer

# Funksjoner, grenseverdier og kontinuitet

Hva vi må kunne

- ▶ Intitativ definisjon av grenseverdi  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$
- ▶ Kontinuerlig funksjon
- ▶ Kontinuerlig på et intervall
- ▶ Delt forskrift (piecewise defined)
- ▶ Diskontinuitet
- ▶ Middelvei og fortegnsskjema
- ▶ Max/Min teoremet:  $f(x)$  kontinuerlig på  $[a, b]$ ,  $f$  har maxverdi.
- ▶ Definisjonsmengde og Verdimengde til en funksjon
- ▶ Invertibel funksjon, Funksjon, Implisitt likning/funksjon"

Sekundært

- ▶ Formell definisjon av grenseverdi

Oversikt

Motivasjon

Detaljer

Funksjoner,  
grenseverdier og  
kontinuitet

Derivasjon

Integrasjon

Integrasjon på  
kompliserte områder

Differensiallikninger

Uendelige summer

# Derivasjon

## Hva vi må kunne

- ▶ Derivere polynomer,  $e^x$ ,  $\sin(x)$ , ...
- ▶ Intuitiv definisjon av derivert
- ▶ Produktregel (teknikk og intuitiv forståelse)
- ▶ Kjernerregel (teknikk og intuitiv forståelse)
- ▶ Implisitt derivasjon (+derivasjon av invers)
- ▶ Bruke derivasjon i fysikk
- ▶ Finne nullpunkt til funksjoner (Newton's)
- ▶ Finne topp/bunnpunkt og max/min
- ▶ Finne tangenten til en graf i et punkt
- ▶ Taylorpolynomer

## Sekundært

- ▶ Formell definisjon av derivert
- ▶ Eksempel på kontinuerlig ikke deriverbar funksjon
- ▶ Mean value theorem

[Oversikt](#)[Motivasjon](#)[Detaljer](#)[Funksjoner,  
grenseverdier og  
kontinuitet](#)[Derivasjon](#)[Integrasjon på  
kompliserte områder](#)[Differensiallikninger](#)[Uendelige summer](#)

# Integrasjon

Hva vi må kunne

- ▶ Intuitiv definisjon av integrert som arealet under grafen (sum av småbiter / Riemannsum)
- ▶ Integrasjon = Antiderivasjon (intuitiv forståelse)
- ▶ Integrere med avanserte triks (substitusjon, delvis integrasjon)
- ▶ Integrere med grenseverdier (uekte integraler)
- ▶ Stykkevis kontinuerte funksjoner (delt forskrift)
- ▶ Delbrøksoppspaltning
- ▶ Numerisk integrasjon (Trapez, Simpson, Taylor-int)

Sekundært

- ▶ Derivasjon av integraler
- ▶ Invers substitusjon

Oversikt

Motivasjon

Detaljer

Funksjoner,  
grenseverdier og  
kontinuitet

Derivasjon

**Integrasjon**

Integrasjon på  
kompliserte områder

Differensiallikninger

Uendelige summer



# Integrasjon på kompliserte områder

## Hva vi må kunne

Dele opp et Område/Ting i 1D/2D/3D i biter og sette opp de forskjellige mulige integralene som representerer helheten.

**Ikke pugg spesifikke løsninger!** Anvendes til:

- ▶ Areal
- ▶ Volum
- ▶ Buelengde
- ▶ Overflateareal
- ▶ Moment (masse-moment)
- ▶ Massesenter
- ▶ Sentroider
- ▶ Fysikk & Ingeniørfag

## Sekundært

- ▶ Pappus teorem
- ▶ Massesenter i 3D

[Oversikt](#)[Motivasjon](#)[Detaljer](#)[Funksjoner,  
grenseverdier og  
kontinuitet](#)[Derivasjon](#)[Integrasjon](#)[Integrasjon på  
kompliserte områder](#)[Differensiallikninger](#)[Uendelige summer](#)

# Differensiallikninger

## Hva vi må kunne

- ▶ Hva betyr det at  $f(x)$  løser en difflikning (ODE)?
- ▶ Hva betyr det at  $f(x)$  løser et initialverdiproblem (IVP)?
- ▶ Kunne løse (1ste ordens) ODE (&IVP) med
  - ▶ Gjette-og-sjekk
  - ▶ Separasjon av variable
  - ▶ 'Integrerende Faktor' eller 'Varasjon av Parametre'
- ▶ Sette opp et IVP for å modellere fysikk
- ▶ Tolke løsningen av et IVP for en modell
- ▶ Løse enhver 1ste ordens ODE numerisk med Euler

## Sekundært

- ▶ Klassifisering av ODE (homogen, lineær, PDE)
- ▶ Fasediagram (Slope Field)
- ▶ Improved Euler, og Runge-Kutta metoder
- ▶ Integrallikning

[Oversikt](#)[Motivasjon](#)[Detaljer](#)[Funksjoner,  
grenseverdier og  
kontinuitet](#)[Derivasjon](#)[Integrasjon](#)[Integrasjon på  
kompliserte områder](#)[Differensiallikninger](#)[Uendelige summer](#)

# Uendelige summer

Hva vi må kunne

- ▶ Følge (Sequence)
- ▶ Rekke (Series)
- ▶ Intuitivt: konvergens av følge/rekke (ikke det samme)
- ▶ Tester for om summen konvergerer
  - ▶ Integraltesten
  - ▶ Grensesammenlikningstesten
  - ▶ Ratio-testen
- ▶ Alternierende rekker & betinget konvergens
- ▶ Power series (potensrekker)
- ▶ Konvergensradius
- ▶ Taylorrekker

Sekundært

- ▶ Rot-testen

Oversikt

Motivasjon

Detaljer

Funksjoner,  
grenseverdier og  
kontinuitet

Derivasjon

Integrasjon

Integrasjon på  
kompliserte områder

Differensiallikninger

Uendelige summer