Eksamen Høst 2006, Oppgave 3 omtrent...

Avgjør om rekkene konvergerer eller divergerer

(i)

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n+1}{n^2} = 2 - \frac{3}{4} + \frac{4}{9} - \frac{5}{16} + \cdots$$

(ii)

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+1} = \frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \cdots$$

Eksamen Høst 2006, Oppgave 3 omtrent...

Avgjør om rekkene konvergerer eller divergerer

(i)

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n+1}{n^2} = 2 - \frac{3}{4} + \frac{4}{9} - \frac{5}{16} + \cdots$$

(ii)

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+1} = \frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \cdots$$

(i):

Eksamen Høst 2006, Oppgave 3 omtrent...

Avgjør om rekkene konvergerer eller divergerer

(i)

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n+1}{n^2} = 2 - \frac{3}{4} + \frac{4}{9} - \frac{5}{16} + \cdots$$

(ii)

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+1} = \frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{3}{10} + \cdots$$

(i): ?

Leddene er ikke alle positive..

(ii)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 1}$$

(ii)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$$

Sammenligningstesten?

(ii)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$$

Sammenligningstesten? Har

$$\frac{n}{n^2+1} < \frac{n}{n^2} = \frac{1}{n}.$$

(ii)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$$

Sammenligningstesten? Har

$$\frac{n}{n^2+1} < \frac{n}{n^2} = \frac{1}{n}.$$

Men $\sum \frac{1}{n}$ divergerer..

(ii)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$$

Sammenligningstesten? Har

$$\frac{n}{n^2+1} < \frac{n}{n^2} = \frac{1}{n}.$$

Men $\sum \frac{1}{n}$ divergerer..

Leddene oppfører seg "omtrent som" $\frac{1}{n}$

$$\rightsquigarrow \text{GRENSESAMMENLIGNE MED } \frac{1}{n}.$$

(ii)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$$

Har at

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{n}{n^2+1}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2}{n^2+1} = 1.$$

Siden $\sum \frac{1}{n}$ divergerer vil også $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$ divergere.

Eksamen Høst 2006, Oppgave 3 omtrent...

(ii)

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n+1}{n^2}$$

Ser at

Eksamen Høst 2006, Oppgave 3 omtrent...

(ii)

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n+1}{n^2}$$

Ser at

- $\frac{n+1}{n^2} > 0$

Eksamen Høst 2006, Oppgave 3 omtrent...

(ii)

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n+1}{n^2}$$

Ser at

- $\frac{n+1}{n^2} > 0$
- Følgen $\frac{n+1}{n^2}$ er avtagende

Eksamen Høst 2006, Oppgave 3 omtrent...

(ii)

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n+1}{n^2}$$

Ser at

- $\frac{n+1}{n^2} > 0$
- Følgen $\frac{n+1}{n^2}$ er avtagende
- $\lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n^2} = 0.$

Eksamen Høst 2006, Oppgave 3 omtrent...

(ii)

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n+1}{n^2}$$

Ser at

- $\frac{n+1}{n^2} > 0$
- Følgen $\frac{n+1}{n^2}$ er avtagende
- $\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{n^2} = 0.$

Dermed er rekken konvergent.