

Kapittel 15.4. Eulers metode

3 Eulers forbedrede metode

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= x_n + h \\z_{n+1} &= y_n + h \cdot f(x_n, y_n) \\y_{n+1} &= y_n + h \cdot \left(\frac{f(x_n, y_n) + f(x_{n+1}, z_{n+1})}{2} \right)\end{aligned}$$

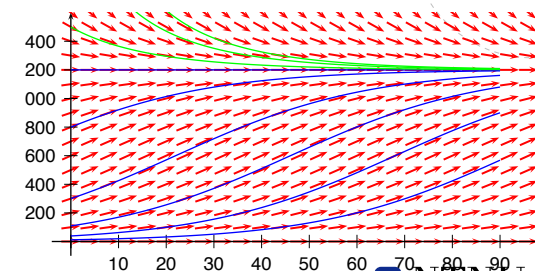
Kapittel 15.5. Grafisk løsning av autonome likninger

5 Autonom differensiallikning

$$\frac{dy}{dx} = F(y)$$

6 Retningsvektorfelt logistisk modell

$$\frac{dP}{dt} = 0.05P(1 - P/1200)$$



Figur: Retningsfelt med skisse av løsningskurvene

7 Begreper

- Faselinje
- Stabil likevekt
- Ustabil likevekt

8 Konkavitet av løsninger

Vi vil trenge den deriverte av likningen

$$\begin{aligned}y' &= F(y) \\y'' &= F'(y)y' = F'(y) \cdot F(y)\end{aligned}$$

- Konkav opp: $y'' > 0$
- Konkav ned: $y'' < 0$

9 Konkavitet av løsninger

Vi vil trenge den deriverte av likningen

$$\begin{aligned}y' &= F(y) \\y'' &= F'(y)y' = F'(y) \cdot F(y)\end{aligned}$$

- Konkav opp: $y'' > 0$
- Konkav ned: $y'' < 0$

Logistisk modell

Maks befolkningen over lang tid: $P = K$. Modifiserer likningen:

Definisjon (Logistisk differensiallikning)

$$\frac{dP}{dt} = kP \left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

Løsning

$$P(t) = \frac{K}{1 + C e^{-kt}}$$

Generelt system av differensiallikninger

Et (autonomt) system av difflikninger:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= F(x, y) \\ \frac{dy}{dt} &= G(x, y)\end{aligned}$$

Løsninger er funksjoner av t .

$$x(t) \text{ og } y(t)$$

Altså en kurve i planet, (kalles en **bane** til systemet.)
Planet kalles for faseplanet.

Kapittel 15.6. Systemer av likninger og faseplan

Likevekts punkter.

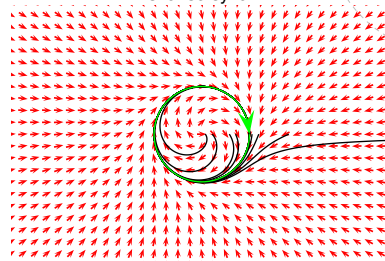
Definition

Et likevektspunkt er der de deriverte er null.

- Stabile likevektspunkter
- Ustabile likevektspunkter

Retningsfelt i faseplanet, stabile løsninger

Grense sykkel.



$$\begin{aligned}dx/dt &= y + x - x(x^2 + y^2) \\ dy/dt &= -x + y - y(x^2 + y^2)\end{aligned}$$