

TMA4100 – Matematikk 1

MTDESIG/IT/MART/PROD

Alexander Lundervold

Forelesning 2, 19.08.2011

UKE 33		Tirsdag 16/8	Onsdag 17/8	Torsdag 18/8	Fredag 19/8
08:15–09:00	Evt. Kom-i-gang-dag på Gløshaugen (ikke obligatorisk). Mer informasjon kommer på: www.ntnu.no/teknostart/infodag				
09:15–10:00				Matte 1 (OBS! endret)	
10:15–11:00		Immatrikulering	Fakultetsdag		Matte 1
11:15–12:00				Lunsjpause	Lunsjpause
12:15–13:00				Grupperefl. intro	Prosjekt
13:15–14:00				Grupperefleksjon	
14:15–15:00				Prosjekt	
15:15–16:00					

Vi er her

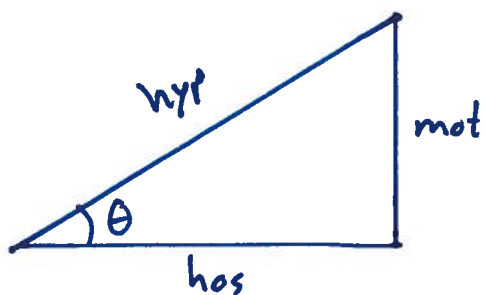
I går:

- Repetisjon av funksjonsbegrepet
- Trigonometriske funksjoner

I dag:

- Litt mer om trigonometriske funksjoner
- Eksponensialfunksjoner
- Inverse funksjoner

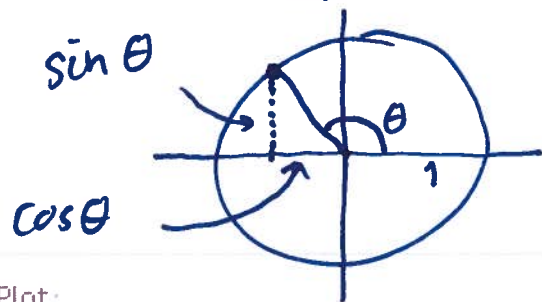
SIST GANG: TRIGONOMETRISKE FUNKSJONER



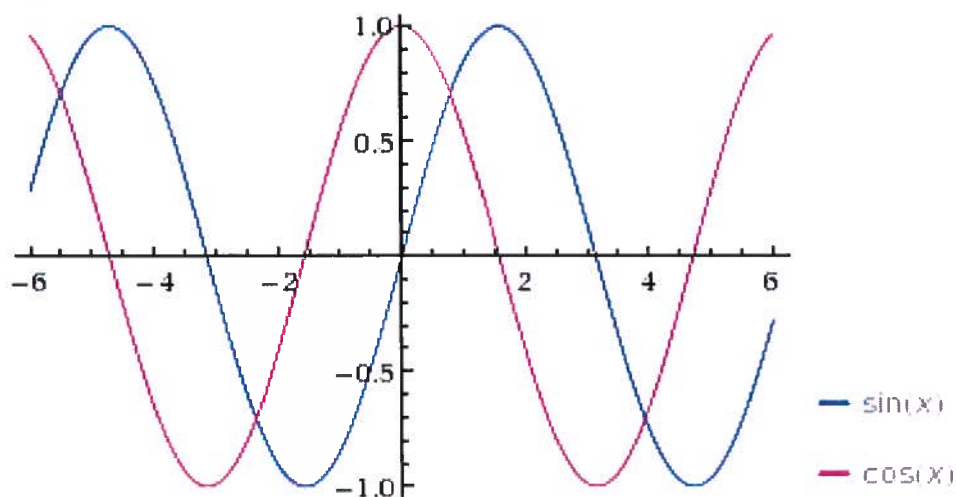
$$\sin(\theta) = \text{"mot/hyp"}$$

$$\cos(\theta) = \text{"hos/hyp"}$$

$$\tan(\theta) = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$



Plot:



plot [sin(x), cos(x)], x=-6..6

WolframAlpha

Periodiske funksjoner med periode 2π

$$\sin(\theta + 2\pi) = \sin(\theta)$$

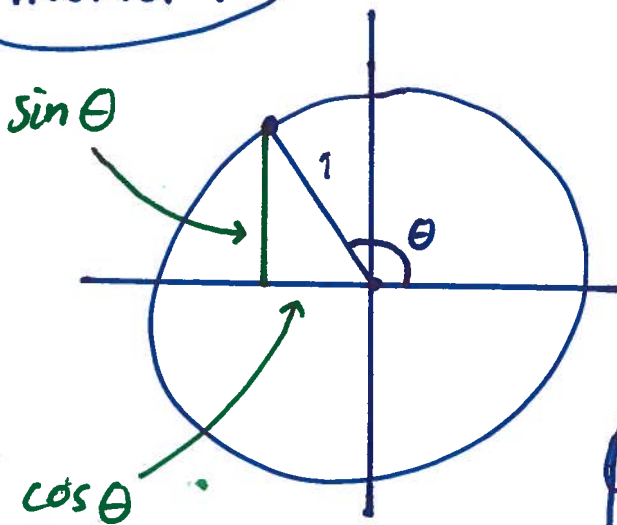
$$\cos(\theta + 2\pi) = \cos(\theta)$$

VIKTIGE IDENTITETER

71)

$$I. \quad \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

Hvorfor?



Pythagoras:

$$1^2 = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta$$

(Merk: ligning for sirkel: $x^2 + y^2 = 1$)

II.

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

MANGE ANDRE IDENTITETER FØLGER AV DISSE

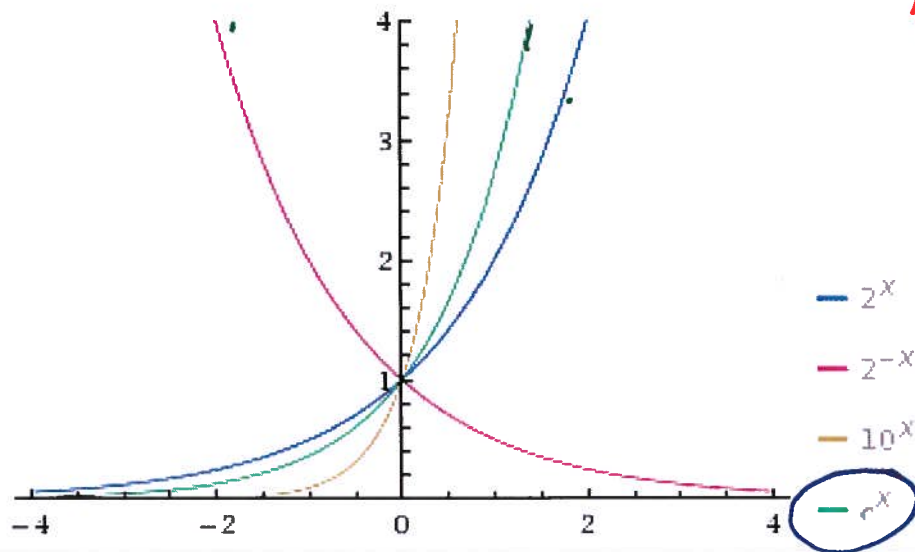
$$\cos(-\theta) = \cos(\theta), \quad \sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(2\theta) = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

...

EKSPONENSIAL FUNKSJONER

Plot:



MERK:

e^x har stigningstall 1
idet den skjærer
y-aksen

Mer om dette senere

plot |2^x, (1/2)^x, 10^x, e^x|, x=-4..4, y=0..4

WolframAlpha

$$f(x) = a^x$$

$a \neq 1$ positiv konstant

Hvis $x = p/q$ (rasjonalt tall)

$$a^{p/q} = \sqrt[q]{a^p} = \sqrt[q]{\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_p}$$

Hvis x irrasjonalt tall

KAP. 5

NOEN EGENSKAPER



La $a > 0, b > 0$

$$i) a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$ii) a^x / a^y = a^{x-y}$$

$$iii) (a^x)^y = a^{xy}$$

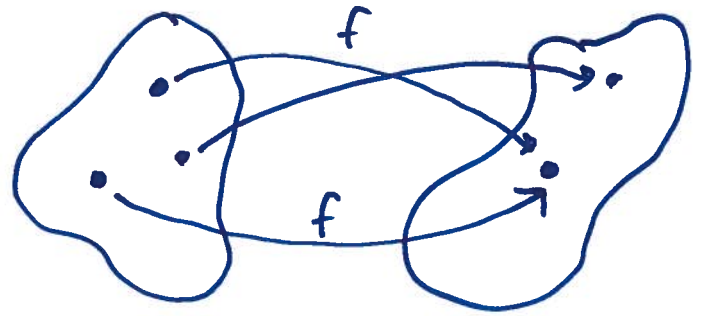
$$iv) a^x \cdot b^x = (ab)^x$$

$$v) a^x / b^x = (a/b)^x$$

INVERSE FUNKSJONER

EN-TIL-EN - FUNKSJONER

Noen funksjoner gir samme funksjonsverdi for ulike inputverdier.



EKSEMPEL:

$$\begin{aligned}\sin(\theta) &= \sin(\theta + 2\pi) \\ &= \sin(\theta + 4\pi) = \dots\end{aligned}$$

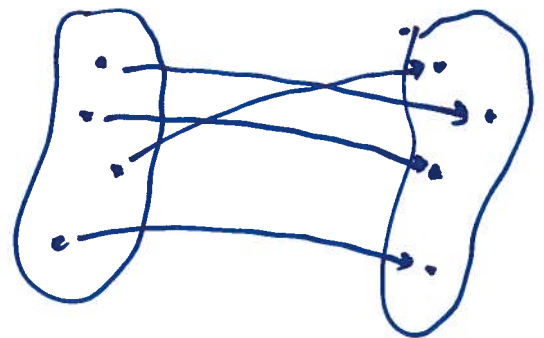
Disse er "mange-til-en"-funksjoner

En-til-en funksjoner er derimot ikke slike:

DEFINISJON: En funksjon $f(x)$ er en-til-en på et område D dersom

$$f(x_1) \neq f(x_2)$$

for alle $x_1 \neq x_2$ i D



Synonym: injektiv

EKSEMPEL:

$$f(x) = 2x$$

$$D = (-\infty, \infty)$$

$$f(x) = |x|$$

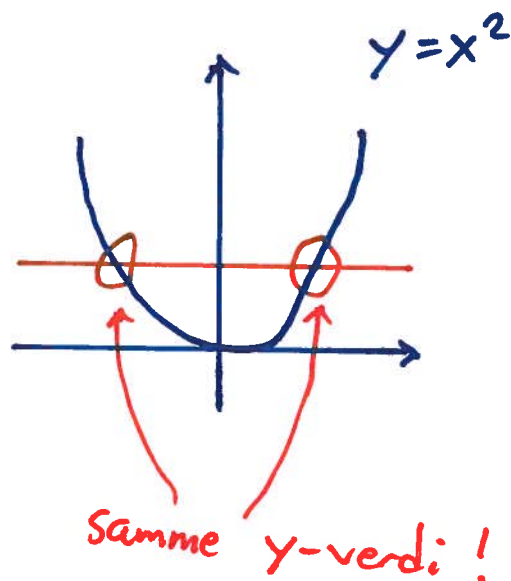
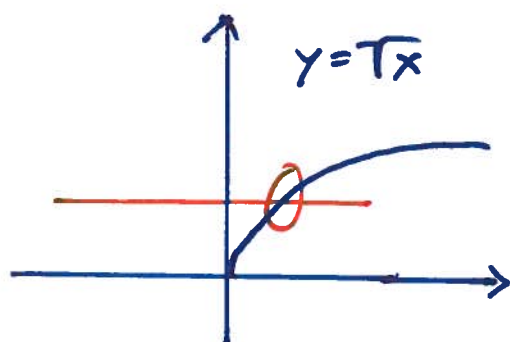
$$D = [0, \infty)$$

(= x)

$$f(x) = \sin(x)$$

$$D = [0, \pi/2]$$

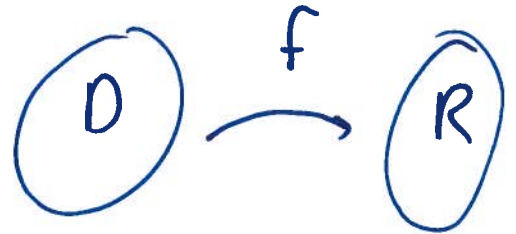
Hvorvidt en funksjon er en-til-en kan leses av på grafen:



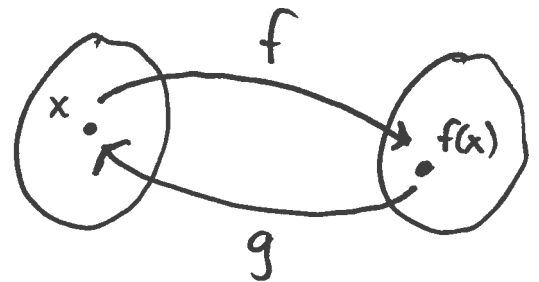
Hvis enhver x-verdi har en tilhørende y-verdi kan vi i prinsippet lage en funksjon som går fra y-verdier til x-verdier.

INVERSE FUNKSJONER

SPØRSMÅL: Si at f er en funksjon med definisjonsområde D og verdimengde R .



Finnes det en funksjon g fra R til D slik at $g(f(x)) = x$?



SVAR: "Ja, dersom f er en-til-en"

DEFINISJON: Anta at f er en-til-en med definisjonsområde D og verdimengde R .

Inversen f^{-1} til f er definert ved

$$f^{-1}(a) = b \quad \text{dersom} \quad f(b) = a$$

Def. området til f^{-1} er R og verdimengden D .

ALTSÅ:

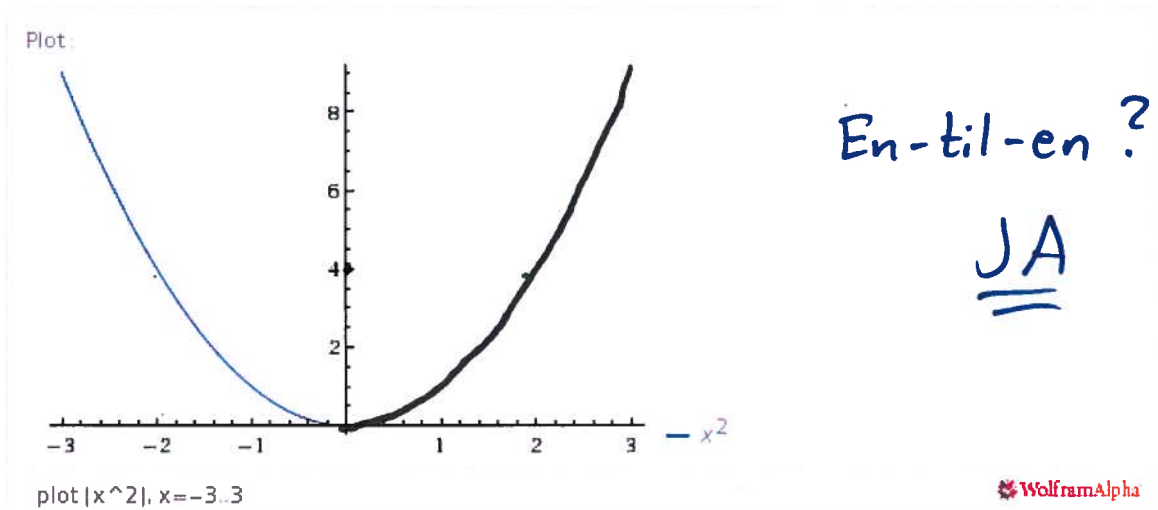
$$f(f^{-1}(a)) = a$$

$$\text{Siden: } a = f(b)$$

$$f^{-1}(f(a)) = a$$

$$\text{Siden: } f(b) = f(a) \\ \text{gir } b = a$$

EKSEMPEL: $y = f(x) = x^2$, $x \geq 0$



Finn invers:

I. Løs ligningen $y = x^2$ mht. x :

$$x = \sqrt{y}$$

II. Bytt x og y for å få "standard form":

$$\underline{y = \sqrt{x} = f^{-1}(x)}$$

III. **SJEKK SVARET!**

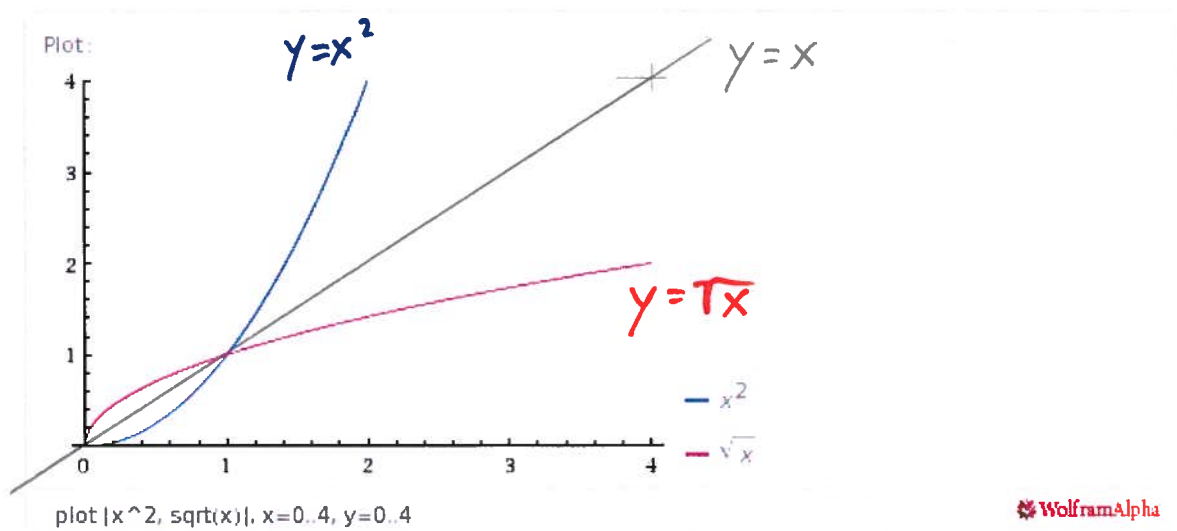
$$f(f^{-1}(x)) = f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 = x$$

$$f^{-1}(f(x)) = f^{-1}(x^2) = \sqrt{x^2} = x \quad (x \geq 0)$$

MERK:

$$D(f) = [0, \infty), \quad R(f) = [0, \infty)$$




$$D(f^{-1}) = [0, \infty), \quad R(f^{-1}) = [0, \infty)$$



MERK: Grafene til $y = f(x)$ og $y = f^{-1}(x)$ er speilinger om $y = x$ til hverandre

NESTE UKE

KAP. Logaritmer - 3.5

UKE 34	Mandag 22/8	Tirsdag 23/8	Onsdag 24/8	Torsdag 25/8	Fredag 26/8
08:15-09:00	Matte 1		Matte 1	Matte 1	
09:15-10:00					
10:15-11:00		Matte 1			Prosjekt
11:15-12:00	Lunsjpause	Lunsjpause	Lunsjpause	Lunsjpause	Lunsjpause
12:15-13:00	Prosjekt	Grupperefleksjon	Prosjekt	Prosjekt fram til kl. 14.30	Presentasjon
13:15-14:00		Fra kl. 13:45 Prosjekt			Grupperefleksjon
14:15-15:00					
15:15-16:00					



er ØVINGER