KAP. 1.1 FUNKSJONER

EKSEMPEL:

$$y = x^2 + 2x - 3$$

Hvis $x = 1$ er $y = 0$

$x = 0$ er $y = -3$

$x = 2$ er $y = 5$

MERK: Verdien av y er bestemt av verdien av x.

– y er en funksjon av x

GENERELT:

$$\boxed{y = f(x)}$$

En funksjon fra en mengde D til en mengde Y er en regel som til hvert element i definisjonsmengden D tilordner et entydig element i verdimengden R (inni Y).

MERK: Dersom def. området ikke er oppgitt er det underforstått at det er størst mulig.

EKSEMPLER:

- $f(x) = x^2 + 2x - 3$ $\qquad D = (-\infty, \infty) = \mathbb{R}$ $\qquad R = (-\infty, \infty)$

- $f(x) = \sin(x)$ $\qquad D = (-\infty, \infty)$ $\qquad R = [-1, 1]$

- $f(x) = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$ $\qquad D = (-\infty, \infty)$ $\qquad R = [0, \infty)$

  Ex. $f(2) = 2$
  $f(-2) = 2$

- $f(x) = \lfloor x \rfloor$ = "floor-funksjonen" = "største heltall mindre enn eller lik n"

  Ex. $f(2) = 2$
  $f(2.7) = 2$
  $f(-2.4) = -3$

  $D = (-\infty, \infty)$

  $R = \mathbb{Z}$

- Atmosfærisk trykk = f(høyde over havet)

- $\pi(n)$ = "antall primtall mindre enn n"

  OBS: Finnes ikke noe algebraisk uttrykk for $\pi(n)$

MERK: Funksjoner trenger ikke være gitt som enkle matematiske formler

KAP. 1.2: KOMBINERE FUNKSJONER

SAMMENSETTING

$$y = f(x) = \sqrt{1+x^2}$$

Har at
$$y = h(g(x))$$

der
$$g(x) = 1+x^2$$
$$h(x) = \sqrt{x}$$

DEFINISJON La f og g være funksjoner.

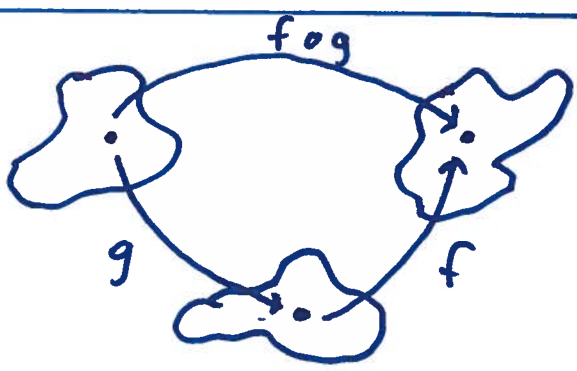
Da er <u>sammensettingen</u> (komposisjonen) $f \circ g$ definert ved

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

Definisjonsmengde:

$$D(f \circ g) = \{x \in D(g) \mid g(x) \in D(f)\}$$

$$x \rightarrow \boxed{g} \rightarrow \boxed{f} \rightarrow f(g(x))$$



SUM, DIFFERANSE, PRODUKT, KVOTIENT

La f, g være funksjoner

- $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$
- $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$
- $(fg)(x) = f(x)g(x)$
- $(f/g)(x) = f(x)/g(x)$ OBS: $g(x) \neq 0$

MERK: x må være i definisjonsmengden til både f og g.

Dvs. $x \in D(f) \cap D(g)$

EKSEMPEL:

$$\boxed{\begin{array}{ll} f(x) = \sqrt{x}, & D = [0, \infty) \\ g(x) = 1 - x^2, & D = (-\infty, \infty) \end{array}}$$

- $(f+g)(x) = f(x) + g(x) = \sqrt{x} + 1 - x^2,$

  $D = [0, \infty)$

- $(f/g)(x) = f(x)/g(x) = \sqrt{x}/1-x^2,$

  $D = [0, 1) \cup (1, \infty)$

- $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(1-x^2)$

  $= \sqrt{1-x^2},$

  $D = [-1, 1]$

- $(g \circ f)(x) = g(f(x)) =$

  $= g(\sqrt{x})$

  $= 1 - (\sqrt{x})^2$

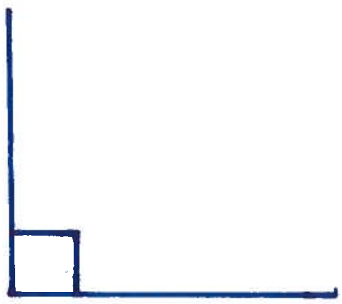
  $= 1 - x,$

  $D = [0, \infty)$

KAP. 1.3: TRIGONOMETRISKE FUNKSJONER

GRADER & RADIANER

Grader:

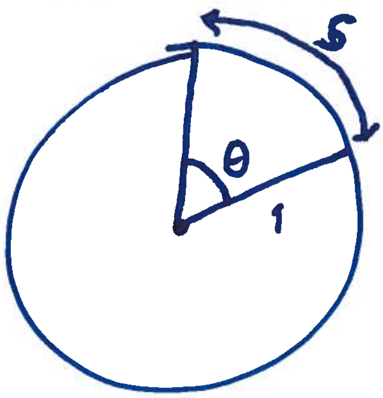


Deler vi en rett vinkel i 90 like store deler får vi "grader"

Dvs. en rett vinkel er 90 grader

Radianer:

Sirkel med radius 1



Vinkelen θ skjærer ut en sektor av lengde s

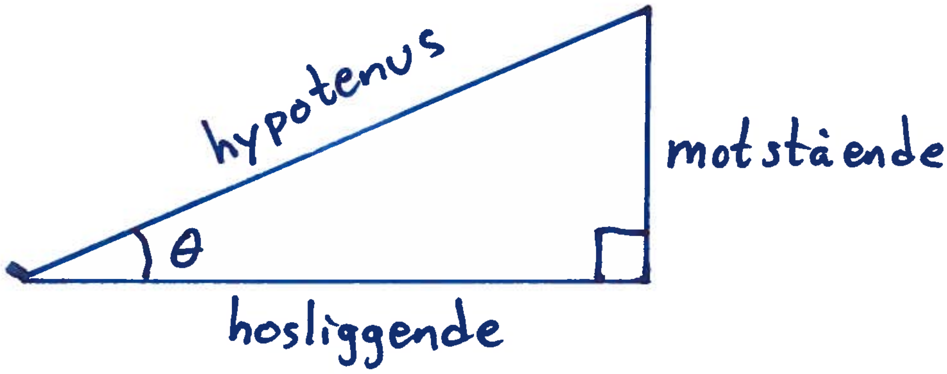
Vi sier at θ er s radianer

DERMED: 2π radianer $= 360$ grader

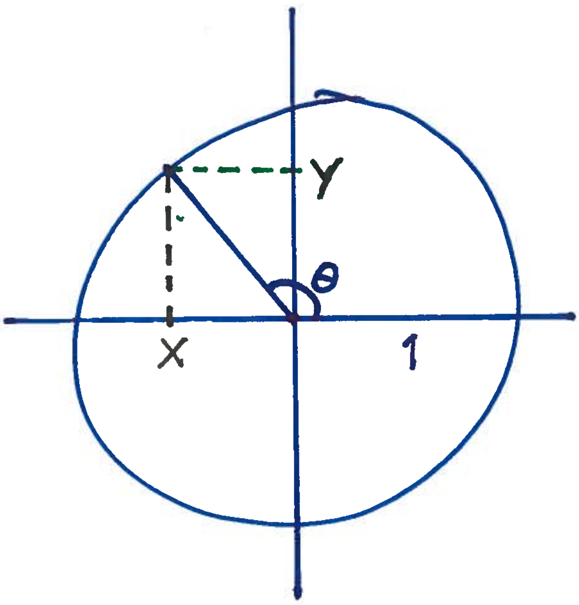
(omkrets 2π)

MERK: Alle vinkler (i dette kurset) måles heretter i radianer.

TRIGONOMETRISKE FUNKSJONER



$$\sin\theta = \frac{\text{mot}}{\text{hyp}}, \quad \cos\theta = \frac{\text{hos}}{\text{hyp}}, \quad \tan\theta = \frac{\text{mot}}{\text{hos}} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$



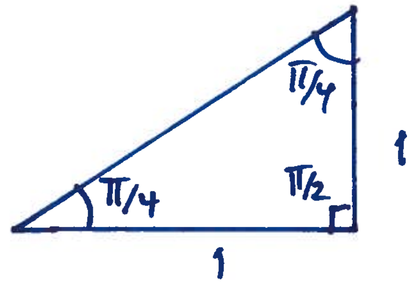
$$\sin\theta = y$$

$$\cos\theta = x$$

$$\tan\theta = y/x$$

EKSEMPEL:

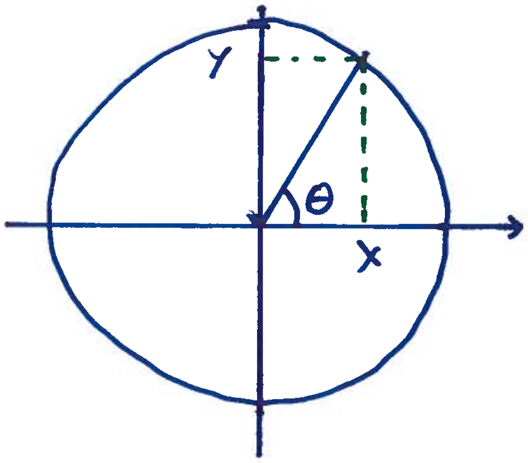
$\sin(\pi/4)$



"$\text{hyp}^2 = \text{kat}^2 + \text{kat}^2$"

så $\sin(\pi/4) =$ " mot/hyp " $= 1/\sqrt{2}$

PERIODISITET:



MERK:

$\theta + 2\pi$ gir samme x og y som θ, så

$$\sin(\theta + 2\pi) = \sin(\theta)$$
$$\cos(\theta + 2\pi) = \cos(\theta)$$

Sinus og kosinus er <u>periodiske med periode 2π</u>