VÅR 2001 OPPG. 6

(a) For hvilke x konvergerer

$$\sum_{0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!\,2^n} x^{2n} \qquad ?$$

(b) Finn et endelig uttrykk for summen

(a) Sjekker først abs. konvergens vha. forholdstesten

Har

$$\lim_{n\to\infty} \left| \frac{\left((-1)^{n+1} / (n+1)!\,2^{n+1} \right)}{(-1)^n / n!\,2^n} \right| |x^2|$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{n!\,2^n}{(n+1)!\,2^{n+1}} x^2$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{(n+1)\cdot 2} x^2 = 0 < 1$$

uansett x.

Altså er rekken absolutt konvergent for alle x

(b)

Har
$$e^x = \sum \frac{x^n}{n!}$$

så
$$e^{-x} = \sum \frac{(-1)^n}{n!} x^n$$

$$e^{-x^2/2} = \cancel{} = \sum \frac{(-1)^n}{n!} \left(\frac{x^2}{2}\right)^n$$
$$= \sum \frac{(-1)^n}{n! \, 2^n} x^{2n}$$