NTNU

Det skapende universitet

TMA4100 Matematikk 1 for MTDESIG, MTIØT-PP, MTMART og MTPROD høsten 2010

Toke Meier Carlsen
Institutt for matematiske fag

1. desember 2010

Dagens program

Repetisjon av

- Moment og tyngdepunkt
- Den formelle definisjon av grenseverdi
- Kontinuitet
- Mellomverdisetningen

NTNU
Det skapende universitet

En plates massesenter

Merknad side 439

La oss betrakte en uendelig tynn plate med kontinuerlig massetetthet som dekker et område A i planen.

- Platens masse er lik $M = \int_A dm$,
- platens moment om x-aksen er lik $M_x = \int_A \tilde{y}\, dm$,
- platens moment om y-aksen er lik $M_y = \int_A \tilde{x}\, dm$,
- platens massesenter er lik $(\bar{x}, \bar{y}) = (\frac{M_y}{M}, \frac{M_x}{M})$,

der dm representerer massen av et infinitesimal delområde og $(\tilde{x}, \tilde{y})$ er dette delområdets massesenter.

Hvis δ er massetettheten er $dm = \delta dA$, der dA er arealet av delområdet.

Den formelle definisjonen av grenseverdi

Definisjon, side 75

Anta at det finnes $h > 0$ slik at f er definert på intervallene $(a - h, a)$ og $(a, a + h)$.
Vi sier at et tall L er *grenseverdien* til $f(x)$ for x gående mot a, og skriver $\lim_{x \to a} f(x) = L$, dersom følgende gjelder:
For ethvert tall $\varepsilon > 0$ eksisterer en $\delta > 0$ slik at $|f(x) - L| < \varepsilon$ når $0 < |x - a| < \delta$.

NTNU
Det skapende universitet

Hvordan bruker man den formelle definisjon til å vise at $\lim_{x\to a} f(x) = L$?

1. Ta en vilkårlig $\varepsilon > 0$ ("La $\varepsilon > 0$").
2. Løs ulikheten $-\varepsilon < f(x) - L < \varepsilon$ og skrev løsningen på formen $a - \delta_1 < x < a + \delta_2$.
3. La $\delta = \min\{\delta_1, \delta_2\}$ (eller et annet positiv tall mindre enn både δ_1 og δ_2).

NTNU
Det skapende universitet

Kontinuitet i et punkt

Definisjon, side 105

En funksjon f er *kontinuerlig i et indre punkt* $c \in D(f)$ dersom

$$\lim_{x \to c} f(x) = f(c).$$

En funksjon f er *kontinuerlig i et venstre endepunkt punkt* $a \in D(f)$ dersom

$$\lim_{x \to a^+} f(x) = f(a).$$

En funksjon f er *kontinuerlig i et høyre endepunkt punkt* $b \in D(f)$ dersom

$$\lim_{x \to b^-} f(x) = f(b).$$

NTNU
Det skapende universitet

Mellomverdisetningen (skjæringssetningen)

Teorem 12, side 111

Anta at f er kontinuerlig på intervallet $[a, b]$. Hvis y er en verdi i intervallet mellom $f(a)$ og $f(b)$, da finnes en c i intervallet $[a, b]$ slik at $f(c) = y$.

NTNU
Det skapende universitet