



NTNU

Det skapende universitet

TMA4100 Matematikk 1 for MTDESIG, MTIØT-PP, MTMART og MTPROD høsten 2010

Toke Meier Carlsen
Institutt for matematiske fag
25. november 2010

Fremdriftplan

I går

- **15.4** Eulers metode
- **15.5** Autonome ligninger, skissering av løsninger

I dag

- **15.6** Systemer av ligninger, faseplan
- Repetisjon av Taylors formel og volum av legemer



NTNU

Det skapende universitet

Systemer av differensiallikninger

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= F(x, y) \\ \frac{dy}{dt} &= G(x, y)\end{aligned}$$

er et autonomt system af første ordens differensiallikninger.
En løsning er en kurve i planet

$$(x(t), y(t)).$$

En slik kurve kalles en *bane* til systemet, og planet kalles for *faseplanet*.



NTNU

Det skapende universitet

Taylor's formel

Taylor's formel side 560

Anta at I er et åpen interval, $a \in I$ og f er en funksjon som er uendelig ofte deriverbar i I .

Da gjelder for alle naturlige tall n og hvert $x \in I$ at

$$f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x - a)^k + R_n(x)$$

der $R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} (x - a)^{n+1}$ for et tall c i det åpne intervallet mellom a og x .

Rottmann side 110.



NTNU

Det skapende universitet

Vurdering av restleddet

Theorem 23 side 561

Hvis $x \in I$ og M er en konstant slik at

$$|f^{(n+1)}(t)| \leq M \quad (1)$$

for alle t i det lukket intervallet mellom a og x , da er

$$|R_n(x)| \leq M \frac{|x - a|^{n+1}}{(n+1)!}.$$

Volumet av et legeme

Definisjon, side 392 (Rottmann side 173)

Volumet av et legeme hvis tverrsnittsareal er gitt som en integrerbar funksjon $A(x)$, $x \in [a, b]$ er

$$\int_a^b A(x) dx.$$



NTNU

Det skapende universitet

Tverrsnittmetoden (skivemetoden)

Merknad, side 394

La $a < b$ og la f være en positiv, kontinuerlig funksjon definert på $[a, b]$.

Volumet av legemet som fremkommer når grafen til f roteres om x -aksen er lik

$$\int_a^b \pi(f(x))^2 dx.$$



NTNU

Det skapende universitet

The Washer Method

Merknad, side 397

La $a < b$ og la f og g være kontinuerlige funksjoner slik at $0 \leq f(x) \leq g(x)$ for alle $x \in [a, b]$.

Volumet av legemet som fremkommer når området avgrenset av grafene til f og g og linjene $x = a$ og $x = b$ roteres om x -aksen er lik

$$\pi \int_a^b (g(x))^2 - (f(x))^2 dx.$$



NTNU

Det skapende universitet

Sylinderskallmetoden

Merknad, side 404

La $a \leq b$ og la f være en positiv, kontinuerlig funksjon definert på $[a, b]$.

Volumet av legemet som fremkommer når et område avgrenset av linjene $y = a$ og $y = b$ og med bredde $f(y)$ i y roteres om en linje parallell med x -aksen er lik

$$\int_a^b 2\pi r(y) f(y) dy$$

der $r(y)$ er avstanden mellom y og linjen der roteres om.



NTNU

Det skapende universitet