

Fremdriftplan

I går

- **8.9** Konvergens av Taylorrekker
- **8.10** Binomialrekker
- **15.1** Løsninger til første ordens diff-ligninger og Picards teorem

I dag

- **15.1** Retningsdiagrammer til første ordens diff-ligninger
- **15.2** Første ordens lineære diff-ligninger
- **15.3** Anvendelser av diff-ligninger



NTNU

Det skapende universitet

Retningsfelter

Definisjon side 15-3

Retningsfeltet til en førsteordens differensiallingning

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

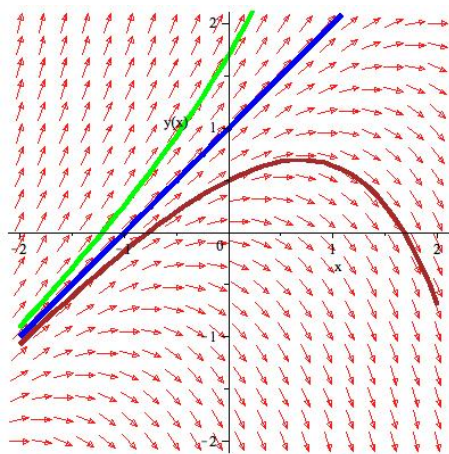
er diagrammet vi får ved i hvert punkt å tegne en vektor med stigningstall $f(x, y)$.



NTNU

Det skapende universitet

Retningsfelter



Retningsfeltet til $\frac{dy}{dx} = y - x$.

$$y = x + 1$$

$$y(0) = 1,7$$

$$y(0) = 0,5$$



NTNU

Det skapende universitet

Førsteordens lineære differensialligninger

Definisjon

En førsteordens differensiallikning kalles *førsteordens lineær differensialligning* hvis den kan skrives på formen

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x).$$



NTNU

Det skapende universitet

Løsning av førsteordens lineære differensialligninger

For å løse den lineære førsteordens differensialligningen

$$y' + P(x)y = Q(x)$$

kan man gjøre følgende:

- 1 La $v(x) = e^{\int P(x) dx}$ (v kalles *integrasjonsfaktoren*).
- 2 Multiplisere begge sider av ligningen $y' + P(x)y = Q(x)$ med v .
- 3 Venstre side er da lik $(vy)'$.
- 4 Det følger at $v(x)y(x) = \int v(x)Q(x) dx$.
- 5 Så $y(x) = \frac{1}{v(x)} \int v(x)Q(x) dx$.



NTNU

Det skapende universitet

Løsning av førsteordens lineære differensialligninger

Teorem

Anta at funksjonene P og Q er kontinuerlige på et åpent intervall I og la F være en antiderivert til P på I .

Da er samtlige løsninger til den lineære førsteordens differensialligningen

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x).$$

på intervallet I gitt ved

$$y = e^{-F(x)} \left(\int e^{F(x)} g(x) dx + C \right).$$

Plan for neste uke

Onsdag 8:15–10:00 i R7

- **15.4** Eulers metode
- **15.5** Autonome ligninger, skissering av løsninger

Torsdag 14:15–16:00 i R1

- **15.5** Autonome ligninger, skissering av løsninger
- **15.6** Systemer av ligninger, faseplan
- Repetisjon



NTNU

Det skapende universitet