



NTNU

Det skapende universitet

TMA4100 Matematikk 1 for MTDESIG, MTIØT-PP, MTMART og MTPROD høsten 2010

Toke Meier Carlsen
Institutt for matematiske fag
6. oktober 2010

Fremdriftplan

Siste uke

- **5.5–5.6** Substitusjon og areal mellom kurver
- **5.7** Logaritmen definert som et integral
- **6.1** Volum ved skivemetoden
- **6.2** Volum ved sylinderskallmetoden

I dag

- **6.2** Volum ved sylinderskallmetoden
- **6.3** Lengde av kurver
- **6.4** Overflateareal av omdreiningslegemer

Sylinderskallmetoden

Merknad, side 404

La $L \leq a \leq b$ og la f være en positiv, kontinuerlig funksjon definert på $[a, b]$.

Volumet av legemet som fremkommer når et område avgrenset av linjene $x = a$ og $x = b$ og med høyde $f(x)$ i x roteres om linjen $x = L$ er lik

$$\int_a^b 2\pi(x - L)f(x)dx.$$



NTNU

Det skapende universitet

Sylinderskallmetoden

Merknad, side 404

Volumet av legemet som fremkommer når området mellom x -aksen og grafen til en kontinuerlig funksjon $y = f(x) \geq 0$, $L \leq a \leq x \leq b$, roteres om linjen $x = L$ er lik

$$\int_a^b 2\pi(\text{shell radius})(\text{shell height})dx.$$



NTNU

Det skapende universitet

Sylinderskallmetoden

Rottmann side 174

$$V = \int_*^{**} 2\pi r dA$$

der dA representerer arealet av en infinitesimal stripe som, når den dreies rundt rotasjonsaksen, danner et sylinderskall med radius r .



NTNU

Det skapende universitet

Glatte kurver

En parametrisert kurve sies å være *glatt* dersom den har en parameter fremstilling

$$x = f(t) \quad y = g(t) \quad t \in [a, b]$$

slik at

- f og g er deriverbare i $[a, b]$,
- f' og g' er kontinuerlige,
- det finnes intet $c \in (a, b)$ slik at $f'(c) = g'(c) = 0$.



NTNU

Det skapende universitet

Lengden av en kurve

Definisjon, side 409

Anta at

$$x = f(t) \quad y = g(t) \quad t \in [a, b]$$

er en parameterfremstilling til en kurve og anta at kurven gjennomløpes nøyaktig én gang når t gjennomløper $[a, b]$.

Anta at f og g er deriverbare i $[a, b]$, at f' og g' er kontinuerlige og at det ikke finnes et $c \in (a, b)$ slik at $f'(c) = g'(c) = 0$.

Da er lengden av kurven lik

$$\int_a^b \sqrt{(f'(t))^2 + (g'(t))^2} dt.$$



NTNU

Det skapende universitet

Lengden av grafen til en funksjon

Merknad, side 411

La $a \leq b$. Anta at f er definert på $[a, b]$, at f er deriverbar i (a, b) og at f' er kontinuert.

Da er lengden av grafen til f lik

$$\int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx.$$



NTNU

Det skapende universitet

Lengden av en kurve

Rottmann side 173

Buelengde $s = \int_*^{**} ds$.

- K er grafen til funksjonen $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$,

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx.$$

- K har parameterfremstilling $x = x(t)$, $y = y(t)$, $a \leq x \leq b$,

$$s = \int_a^b \sqrt{(x')^2 + (y')^2} dt.$$



NTNU

Det skapende universitet

Arealet av en rotasjonsflate

Definisjon, side 416

La $a < b$ og la f være en positiv, kontinuerlig funksjon definert på $[a, b]$.

Anta at f er deriverbar og at f' er kontinuerlig i (a, b) .

Da er arealet av flaten som fremkommer når grafen til f roteres om x -aksen lik

$$\int_a^b 2\pi f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx.$$



NTNU

Det skapende universitet

Arealet av en rotasjonsflate

Merknad, side 418

Anta at

$$x = f(t) \quad y = g(t) \quad t \in [a, b]$$

er en parameterfremstilling til en kurve og anta at kurven gjennomløpes nøyaktig én gang når t gjennomløper $[a, b]$.

Anta at f og g er deriverbare i $[a, b]$, at f' og g' er kontinuerlige og at det ikke finnes et $c \in (a, b)$ slik at $f'(c) = g'(c) = 0$.

Da er arealet av flaten som fremkommer når kurven (x, y) roteres om x -aksen lik

$$\int_a^b 2\pi g(t) \sqrt{(f'(t))^2 + (g'(t))^2} dt.$$



NTNU

Det skapende universitet

Arealet av en rotasjonsflate

Rottmann side 174

Overflate av omdreiningslegeme:

$$A = \int_{*}^{**} 2\pi r ds$$

der r er radien i sirkelen som buedifferensialet ds beskriver når det dreies rundt rotasjonsaksen.



NTNU

Det skapende universitet

Plan for i morgen

Torsdag 14:15–16:00 i R1

- **6.4** Overflateareal av omdreiningslegemer
- **6.5** Eksponentiell vekst og separable differensialligninger
- **6.6** Arbeid



NTNU

Det skapende universitet