NTNU

Det skapende universitet

TMA4100 Matematikk 1 for MTDESIG, MTIØT-PP, MTMART og MTPROD høsten 2010

Toke Meier Carlsen

Institutt for matematiske fag

29. september 2010

Fremdriftplan

Siste uke

- **5.1–5.4** Arealapproksimasjoner med endelige summer, det bestemte integralet, fundamentalsetningen
- **A.2** Induksjon (se også notat på `http://wiki.math.ntnu.no/tma4100/2010h/plan`)

I dag

- **5.5** Ubestemte integraler og substitusjon
- **5.6** Substitusjon i bestemte integraler og areal mellom kurver
- **5.7** Logaritmen definert som et integral

Integrasjon ved substitusjon (skift av variabel)

Teorem 5, side 355

Anta at g er deriverbar, $V(g) \subseteq D(f)$ og F er en antiderivert til f. Da er $F \circ g$ en antiderivert til $(f \circ g)g'$.
Dvs.

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(u)du$$

der $u = g(x)$.

Integrasjon ved substitusjon for bestemte integraler

Teorem 6, side 360

La $a \leq b$. Anta at g er deriverbar i $[a, b]$, g' er kontinuerlig i $[a, b]$ og f er kontinuerlig i $V(g)$.
Da er

$$\int_a^b f(g(x))g'(x)dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(u)du.$$

NTNU
Det skapende universitet

Bestemte integraler av symmetriske funksjoner

Teorem 7, side 362

La $a > 0$. Anta at f er kontinuerlig i $[-a, a]$.
Da gjelder:

1. Hvis f er en jevn funksjon (dvs. $f(-x) = f(x)$ for alle $x \in [-a, a]$) er

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_{0}^{a} f(x)dx.$$

2. Hvis f er en odde funksjon (dvs. $f(-x) = -f(x)$ for alle $x \in [-a, a]$) er

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0.$$

NTNU
Det skapende universitet

Arealet mellom to kurver

Definisjon, side 363

Anta at $a \leq b$ og at f og g er kontinuerlige i $[a, b]$.
Da er arealet til området mellom grafene til f og g og linjene $x = a$ og $x = b$ gitt ved

$$\int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

NTNU
Det skapende universitet

Den naturlige eksponentialfunksjonen og logaritmen

- Vi kan for eksempel definere tallet e ved $e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$.
- Vi kan da definere den naturlige eksponentialfunksjonen e^x (egentlig kan vi bare definere e^x når x er et rasjonalt tall, det krever mer avansert matematikk å definere e^x når x er et irrasjonalt tall).
- Vi definerer da den naturlige logaritmefunksjonen $\ln x$ til å være den inverse funksjonen til e^x (dvs. $\ln x = y$ dersom $e^y = x$).

Vi vil nå definere logaritmefunksjonen og eksponentialfunksjonen på en annen (og bedre?) måte.

NTNU
Det skapende universitet

Logaritmen definert ved integral

Definisjon, side 371

$$\ln x = \int_1^x \frac{1}{t}\,dt, \quad x > 0.$$

Regneregeler for logaritmen

Merknad, side 373

1. $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$ når $a, b > 0$.
2. $\ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln(x)$ når $x > 0$.
3. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$ når $a, b > 0$.
4. $\ln(x^r) = r\ln(x)$ når $x > 0$. og r er et rasjonalt tall.

NTNU
Det skapende universitet

Plan for i morgen

Torsdag 14:15–16:00 i R1

- **5.7** Logaritmen definert som et integral
- **6.1** Volum ved skivemetoden
- **6.2** Volum ved sylinderskallmetoden

NTNU
Det skapende universitet