



NTNU

Det skapende universitet

TMA4100 Matematikk 1 for MTDESIG, MTIØT-PP, MTMART og MTPROD høsten 2010

Toke Meier Carlsen
Institutt for matematiske fag
15. september 2010

Fremdriftplan

Siste uke

- **3.11** Hyperbolske funksjoner
- **4.1** Ekstremverdier
- **4.2** Middelveiteorem
- **4.3** Monotone funksjoner og førstederiverttesten
- **4.4** Krumning og annenderiverttesten, kurveskissering

I dag

- **4.5** Anvendt optimering
- **4.6** L'Hopitals regel



NTNU

Det skapende universitet

Optimering

Eksempel

Vi skal designe en 1000cm^3 sirkulær sylindrisk boks framstillet av aluminium. Produsenten ønske å ta høyde for at det er et viss spill av materiale ved framstillingen av boksen.

Der er intet spill ved å skjære aluminiumet til sidene av boksen, men toppen og bunnen med radius r vil bli skåret av kvadrater med sidelengde $2r$.

Hva er radien og høyden for den mest økonomiske boksen?



NTNU

Det skapende universitet

Optimering

Eksempel

En lampe skal henges opp over sentret av en sirkulær bordplate med radius 1 slik at belysningen langs bordkanten blir maksimal. Dersom belysningen er proporsjonal med $\sin \theta$ og omvendt proporsjonal med d^2 , hvor høyt over bordet skal lampen henge?



NTNU

Det skapende universitet

L'Hôpitals regel

Theorem 6, side 283

La f og g være funksjoner, la $a \in [-\infty, \infty]$ og anta at der finnes en $\delta > 0$ slik at f og g er deriverbare i $(a - \delta, a)$ (hvis $a \neq -\infty$) og i $(a, a + \delta)$ (hvis $a \neq \infty$).

Da gjelder:

- ① Hvis $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ og $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ eksisterer, da er

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

- ② Hvis $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \pm\infty$ og $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ eksisterer, da er

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Cauchys middelverdisetning

Theorem 7, side 288

La f og g være funksjoner som er kontinuerlige i $[a, b]$ hvor $a < b$, og anta at $f(x)$ og $g(x)$ er deriverbare for alle $x \in (a, b)$. Hvis $g'(x) \neq 0$ for alle $x \in (a, b)$ finnes en $c \in (a, b)$ slik at

$$\frac{f'(c)}{g'(c)} = \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)}.$$



NTNU

Det skapende universitet

Plan for i morgen

Torsdag 14:15–16:00 i R1

- **4.7** Newtons metode
- **4.8** Antideriverte



NTNU

Det skapende universitet