Fremdriftplan

Siste uke

- **2.3–2.5** Grenser
- **2.6** Kontinuitet
- **2.7+3.1–3.5** Derivasjon

I dag

- **3.6** Implisitt derivasjon
- **3.7** Derivasjon av inverse funksjoner og logaritmer

NTNU
Det skapende universitet

Rekapitulasjon av hva vi så på under teknostart

- Funksjoner, egenskaper ved funksjoner, grafen til en funksjon, sammensatte funksjoner, inverse funksjoner.
- Eksempler på typer av funksjoner:
  - Lineære funksjoner $L(x) = ax + b$.
  - Polynomsfunksjoer $P(x) = a_n x^n + a_{n_1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$.
  - Trigonometriske funksjoner $\cos x, \sin x, \tan x, \cot x, \csc x, \sec x$. (Kap. 1.3).
  - Eksponensialfunksjoner a^x, e^x (Kap. 1.4).
  - Logaritmiske funksjoner $\log_2(x),\ \log_{10}(x), \ln(x)$ (Kap. 1.5).
  - Inverse trigonometriske funksjoner $\arccos x, \arcsin x, \arctan x, \operatorname{arccot} x$ (kap. 1.5).

NTNU
Det skapende universitet

Rekapitulasjon av hva vi så på under teknostart

- Grenser $\lim_{x\to x_0} f(x) = L$, $\lim_{x\to x_0^+} f(x) = L$, $\lim_{x\to x_0^-} f(x) = L$, $\lim_{x\to x_0} f(x) = \pm\infty$, $\lim_{x\to x_0^+} f(x) = \pm\infty$, $\lim_{x\to x_0^-} f(x) = \pm\infty$, $\lim_{x\to \infty} f(x) = L$, $\lim_{x\to -\infty} f(x) = L$, $\lim_{x\to \infty} f(x) = \pm\infty$, $\lim_{x\to -\infty} f(x) = \pm\infty$.
- Regneregler for grenser.
- Horisontale, vertikale og skrå asymptoter.

NTNU
Det skapende universitet

Skviseteoremet (The Sandwich Theorem)

Teorem 4, side 69

Anta at det finnes $h > 0$ slik at f, g og h er definert på intervallene $(x_0 - h, x_0)$ og $(x_0, x_0 + h)$.
Anta også at

$$\lim_{x \to x_0} g(x) = \lim_{x \to x_0} h(x) = L.$$

Da er $\lim_{x \to x_0} f(x) = L$.

NTNU
Det skapende universitet

Rekapitulasjon av hva vi så på under teknostart

- Kontinuitet.
- Egenskaper ved kontinuerlige funksjoner.

NTNU
Det skapende universitet

Mellomverdisetningen (skjæringssetningen)

Teorem 12, side 111

Anta at f er kontinuerlig på intervallet $[a, b]$. Hvis y er en verdi i intervallet mellom $f(a)$ og $f(b)$, da finnes en c i intervallet $[a, b]$ slik at $f(c) = y$.

NTNU
Det skapende universitet

Rekapitulasjon av hva vi så på under teknostart

- Den deriverte i et punkt, den deriverte til en deriverbar funksjon.
- Tangenten til grafen for en deriverbar funksjon.
- Vekstrater til en funksjon.
- Derivasjonsregler.
- Kjerneregelen.
- Parametriserte kurver.

NTNU
Det skapende universitet

Implisitt derivasjon

1. Deriver begge sider av likningen med hensyn til x (betrakt y som en deriverbar funksjon av x).
2. Saml uttrykkene med $\frac{dy}{dx}$ på en side av likningen.
3. Bestem $\frac{dy}{dx}$.

NTNU
Det skapende universitet

Normaler

Definisjon

Normalen til en kurve i et punkt (x, y) er linjen som står vinkelrett på tangenten til kurven i punktet (x, y).

Merknad

Hvis to linjer $y = ax + b$ og $y = cx + d$ står vinkelrett på hverandre, så er $ac = -1$.

NTNU
Det skapende universitet

Inverse funksjoner

Definisjon, side 37

En funksjon f kalles *en-til-en* (eller *injektiv*) dersom $f(x_1) \neq f(x_2)$ når $x_1 \neq x_2$ (ekvivalent $f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2$).

Definisjon, side 38

Anta at f er en-til-en. *Den inverse funksjonen* f^{-1} er da definert ved at $f^{-1}(y) = x$ hvis $y = f(x)$.

Merknad

Grafen til f^{-1} er speilingen til grafen til f i linjen $y = x$.

NTNU
Det skapende universitet

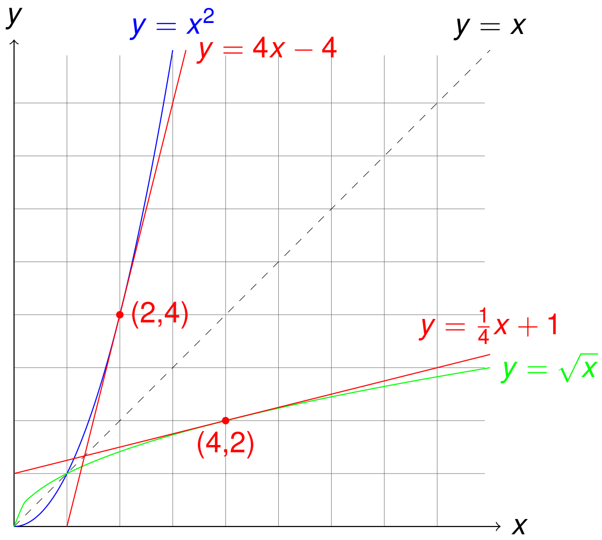
Deriverte av inverse funksjoner

Teorem 4, side 185

Anta at f er deriverbar, $D(f)$ er et intervall og $f'(x) \neq 0$ for alle $x \in D(f)$. Da er f en-til-en, f^{-1} er deriverbar og

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$$

for alle $y \in D(f^{-1}) = V(f)$.


y
$y = x^2$
$y = 4x - 4$
$y = x$
(2,4)
$y = \frac{1}{4}x + 1$
$y = \sqrt{x}$
(4,2)
x

Den deriverte av en logaritme funksjon

Den deriverte av $\ln x$, side 187

- $\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$, $x > 0$.
- $\frac{d}{dx} \ln(-x) = \frac{1}{x}$, $x < 0$.
- $\frac{d}{dx} \ln|x| = \frac{1}{x}$, $x \neq 0$.

Den deriverte av $\log_a x$, side 189

For $a > 0$ og $a \neq 1$ gjelder:

- $\frac{d}{dx} \log x = \frac{1}{x \ln a}$, $x > 0$.

NTNU
Det skapende universitet

Plan for i morgen

Torsdag 14:15–16:00 i R1

- **3.8** Derivasjon av inverse trigonometriske funksjoner
- **3.9** Relaterte vekstrater
- **3.10** Linearisering og differensialer