

# Fremdriftplan

## I går

- **2.7** Tangenter og derivasjon
- **3.1** Den deriverte til en funksjon
- **3.2** Derivasjonsregler
- **3.3** Den deriverte som endringsrate

## I dag

- Studieteknikk
- **3.4** Derivasjon av trigonometriske funksjoner
- **3.5** Kjernerregelen, parametriske kurver



**NTNU**

Det skapende universitet

# Derivasjon av trigonometriske funksjoner

- $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$  Rottmann side 86 og 130
- $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$  Rottmann side 86 og 129
- $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$  Rottmann side 86 og 130
- $\frac{d}{dx}(\cot x) = -\csc^2 x = \frac{-1}{\sin^2 x}$  Rottmann side 86 og 130
- $\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$
- $\frac{d}{dx}(\csc x) = -\csc x \cot x = \frac{-\cos x}{\sin^2 x}$



NTNU

Det skapende universitet

# Kjerneregelen

## Teorem 3, side 166

Anta at  $f$  er deriverbar i  $x_0$  og  $g$  er deriverbar i  $f(x_0)$ . Da er den sammensatte funksjonen  $g \circ f$  deriverbar i  $x_0$  og

$$(g \circ f)'(x_0) = g'(f(x_0))f'(x_0).$$



**NTNU**

Det skapende universitet

# Kjerneregelen versjon 2

## Teorem 3, side 166

Anta at  $y$  er deriverbar mht.  $u$  og at  $u$  er deriverbar mht.  $x$ . Da er  $y$  deriverbar mht.  $x$  og

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx}.$$

## Eksempel

En kuleformet ballong fylles med luft. Da radien til ballongen er 10 cm økes radien med 1 cm per sekund. Hvor fort økes volumet av ballongen på dette tidspunktet?



**NTNU**

Det skapende universitet

# Parametriserte kurver

## Definisjon, side 170

Hvis  $f$  og  $g$  er to funksjoner og  $D(f) = D(g) = I$  er et intervall, da kalles mengden

$$\{(f(t), g(t)) \mid t \in I\}$$

av punkter en *parametrisert kurve*, og

$$x = f(t), \quad y = g(t), \quad t \in I$$

sies å være en *parameterframstilling* av kurven  $\{(f(t), g(t)) \mid t \in I\}$ .



**NTNU**

Det skapende universitet

# Tangenten til en parametrisk kurve

Merknad, side 171

Hvis

$$x = f(t), \quad y = g(t), \quad t \in I$$

er parameterframstillingen for en parametrisert kurve, og  $f$  og  $g$  er deriverbare,  $y = g(t)$  er en deriverbar funksjon av  $x = f(t)$ , og  $f'(t_0) \neq 0$ ; da er stigningstallet til tangenten til kurven i punktet  $(f(t_0), g(t_0))$  lik

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=f(t_0)} = \frac{dy/dt|_{t=t_0}}{dx/dt|_{t=t_0}} = \frac{g'(t_0)}{f'(t_0)}.$$



**NTNU**

Det skapende universitet

# Parametrisk formel for $d^2y/dx^2$

Merknad, side 173

Hvis ligningen

$$x = f(t), \quad y = g(t), \quad t \in I$$

definerer  $y$  som en to gang deriverbar funksjon av  $x$ , og  $dx/dt|_{t=t_0} = f'(t_0) \neq 0$ , da er

$$\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{x=f(t_0)} = \frac{dy'/dt|_{t=t_0}}{dx/dt|_{t=t_0}}$$

hvis  $y'$  er deriverbar mht. til  $t$  der  $y'(t) = dy/dx|_{x=f(t)}$ .



**NTNU**

Det skapende universitet

# Plan for neste uke

Onsdag 8:15–10:00 i R7

- **3.6** Implisitt derivasjon
- **3.7** Derivasjon av inverse funksjoner og logaritmer

Torsdag 14:15–16:00 i R1

- **3.8** Derivasjon av inverse trigonometriske funksjoner
- **3.9** Relaterte vekstrater
- **3.10** Linearisering og differensialer



**NTNU**

Det skapende universitet