NTNU

Det skapende universitet

TMA4100 Matematikk 1 for MTEL, MTENERG, MTIØTEM og MTTK høsten 2010

Toke Meier Carlsen

Institutt for matematiske fag

14. september 2010

Fremdriftplan

I går

- **4.3** Monotone funksjoner og førstederiverttesten
- **4.4** Krumning og annenderiverttesten, kurveskissering
- **4.5** Anvendt optimering

I dag

- **4.6** L'Hopitals regel
- **4.7** Newtons metode

NTNU
Det skapende universitet

L'Hôpitals regel

Theorem 6, side 283

La f og g være funksjoner, la $a \in [-\infty, \infty]$ og anta at der finnes en $\delta > 0$ slik at f og g er deriverbare i $(a-\delta, a)$ (hvis $a \neq -\infty$) og i $(a, a+\delta)$ (hvis $a \neq \infty$).
Da gjelder:

1. Hvis $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} g(x) = 0$ og $\lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ eksisterer, da er
$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$
2. Hvis $\lim_{x\to a} f(x) = \pm\infty$, $\lim_{x\to a} g(x) = \pm\infty$ og $\lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ eksisterer, da er
$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Cauchys middelverdisetning

Theorem 7, side 288

La f og g være funksjoner som er kontinuerlige i $[a, b]$ hvor $a < b$, og anta at $f(x)$ og $g(x)$ er deriverbare for alle $x \in (a, b)$. Hvis $g'(x) \neq 0$ for alle $x \in (a, b)$ finnes en $c \in (a, b)$ slik at

$$\frac{f'(c)}{g'(c)} = \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)}.$$

NTNU
Det skapende universitet

Newtons metode

1. Begynn med å gjette på et nullpunkt x_0.
2. Sett $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$, $x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$ og generelt

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

3. Dersom $x_0, x_1, x_2, \ldots$ konvergerer mot et tall a, er a en tilnærming til et nullpunkt til f.

NTNU
Det skapende universitet

Problemer med Newtons metode

- $f'(x_n) = 0$.
- $x_0, x_1, x_2, x_3 \ldots$ konvergerer ikke.
- $x_0, x_1, x_2, x_3 \ldots$ konvergerer mot feil nullpunkt.
- Det kan være vanskelig å avgjøre om $x_0, x_1, x_2, x_3 \ldots$ konvergerer.

NTNU
Det skapende universitet