Absolutt/betinget konvergens

Teorem: $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| < \infty \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergerer

(kalles absolutt konvergens av $\sum a_n$)

Hvorfor? $a_n = \underbrace{(a_n + |a_n|)}_{0 \le \cdot \le 2|a_n|} - |a_n|$

- så kan bruke sammenligningstest på $\sum (a_n + |a_n|)$

$$\le \sum 2|a_n| < \infty$$

- så $\sum a_n = \sum (a_n + |a_n|) - \sum |a_n|$ konvergerer

Forholdstest anvendt på $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$

$$\rho = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|$$

- $\rho < 1$: $\quad \Sigma a_n$ konv. abs.
- $\rho > 1$: $\quad \Sigma a_n$ div.
- $\rho = 1$: $\quad$ ingen konklusjon

(Rottest likedan, men

$$\rho = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}$$

)

Potensrekker

$\underbrace{\text{Om } \underline{x=a}:}$
dvs.
"sentrert
rundt $x=a$"

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-a)^n$$

$$= c_0 + c_1(x-a) + c_2(x-a)^2 + \cdots$$

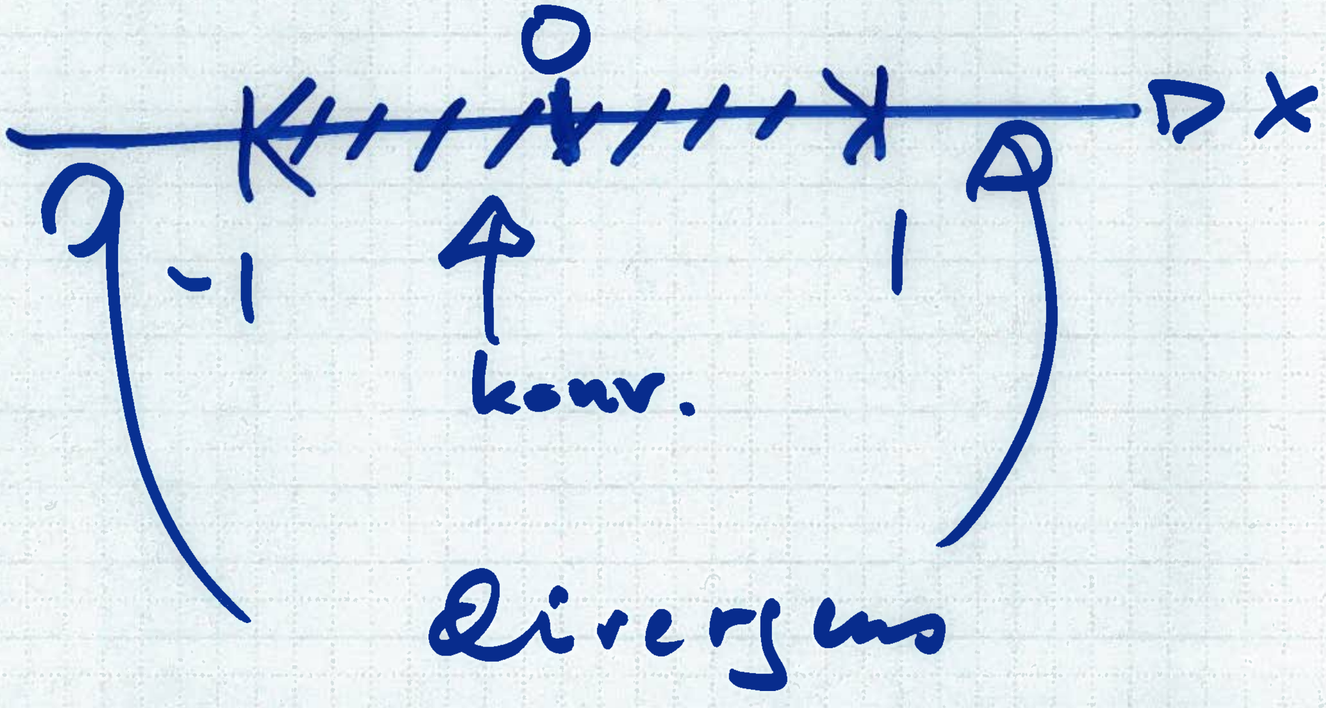
Eksempler

(i) $1 + x + x^2 + \cdots + x^n + \cdots$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \quad \text{hvis } |x|<1$$

geom. rekke

divergerer hvis $|x| \geq 1$



Eks.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$ "a_n"

$(n+1)! = (n+1) \cdot n!$

$$\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \left|\frac{x^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{x^n}\right|$$

$$= \frac{1}{n+1} |x| \xrightarrow[n\to\infty]{} 0 \quad (<1)$$

"ρ"

Forholdstest $\Rightarrow$ abs. konv.
alle x

Teorem: Hvis $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ konvergerer i et pkt. $x = x_0$

Så vil

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$$

konv. abs. for $|x| < |x_0|$