Dagens program

15.5 Grafiske løsninger av autonome førsteordens

pluss repetisjon av

2.6 Kontinuerlige funksjoner

3.7 Deriverte av inverse funksjoner

3.9 Koplede hastigheter

4.2 Middelverdisetningen

4.7 Newtons metode

7.4 Delbrøkoppspaltning

8.7 Konvergens av potensrekker

Forelesningen tirsdag 24. nov. flyttes til aud. F1 i IT-bygget.

Autonome differensialligninger

Definisjon side 15-29

En *autonom* førsteordens differensialligning er en differensialligning som kan skrives på formen

$$\frac{dy}{dx} = g(y).$$

Likevektspunkter

Definisjon side 15-29

Hvis $\frac{dy}{dx} = g(y)$ er en autonom førsteordens differensialligning og y_0 er et nullpunkt til g, kalles y_0 for et *likevektspunkt*.

Et likevektspunkt y_0 kalles *stabilt* dersom det finnes et $\delta > 0$ slik at g er positiv på $(y_0 - \delta, \delta)$ og negativ på $(y_0, y_0 + \delta)$.

Et likevektspunkt y_0 kalles *ustabilt* dersom det finnes et $\delta > 0$ slik at g er negativ på $(y_0 - \delta, \delta)$ og positiv på $(y_0, y_0 + \delta)$.

Kontinuitet i et punkt

Definisjon side 105

En funksjon f er *kontinuerlig* i et indre punkt $x_0 \in D$ dersom

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0).$$

En funksjon f er *kontinuerlig* i et venstre endepunkt $x_0 \in D$ dersom

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0).$$

En funksjon f er *kontinuerlig* i et høyre endepunkt $x_0 \in D$ dersom

$$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = f(x_0).$$

Mellomverdisetningen

Theorem 12, side 111

Anta at f er kontinuerlig på intervallet $[a, b]$. Hvis y er en verdi i intervallet mellom $f(a)$ og $f(b)$, da finnes et c i intervallet $[a, b]$ slik at $f(c) = y$.

Middelverdisetningen og Rolles teorem

Rolles teorem, side 245

Anta at en funksjon f er kontinuerlig, $D(f) = [a, b]$ hvor $a < b$ og f er deriverbar i (a, b).
Hvis $f(a) = f(b)$ finnes et $c \in (a, b)$ slik at $f'(c) = 0$.

Middelverdisetningen, side 247

Anta at en funksjon f er kontinuerlig, $D(f) = [a, b]$ hvor $a < b$ og f er deriverbar i (a, b).
Da finnes et $c \in (a, b)$ slik at

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

Newtons metode

1. Begynn med å gjette på et nullpunkt x_0.
2. Sett $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$, $x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$ og generelt

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

3. Dersom $x_0, x_1, x_2, \ldots$ konvergerer mot et tall a, er a en tilnærming til et nullpunkt til f.