Denne ukens program

Dagens program

- 4.6 L'Hopitals regel
- 4.7 Newtons metode
- 4.8 Antiderivasjon

Programmet for i morgen

- 5.1 Areal og endelige summer
- 5.2 Grenseverdier av endelige summer
- 5.3 Det bestemte integralet

L'Hôpitals regel

Theorem 6, side 283

La $f(x)$ og $g(x)$ være funksjoner, la $a \in [-\infty, \infty]$ og anta at der finnes et $\delta > 0$ slik at $f(x)$ og $g(x)$ er deriverbare i $(a-\delta, a)$ (hvis $a \neq -\infty$) og i $(a, a+\delta)$ (hvis $a \neq \infty$).
Da gjelder:

1. Hvis $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} g(x) = 0$ og $\lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ eksisterer, da er
$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$
2. Hvis $\lim_{x\to a} f(x) = \pm\infty$, $\lim_{x\to a} g(x) = \pm\infty$ og $\lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ eksisterer, da er
$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Cauchys middelverdisetning

Theorem 7, side 288

La $f(x)$ og $g(x)$ være funksjoner som er kontinuerlige i $[a, b]$ hvor $a < b$, og anta at $f(x)$ og $g(x)$ er deriverbare for alle $x \in (a, b)$. Hvis $g'(x) \neq 0$ for alle $x \in (a, b)$ finnes et $c \in (a, b)$ slik at

$$\frac{f'(c)}{g'(c)} = \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)}.$$

Newtons metode

1. Begynn med å gjette på et nullpunkt x_0.
2. Sett $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$, $x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$ og generelt

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

3. Dersom $x_0, x_1, x_2, \ldots$ konvergerer mot et tall a, er a en tilnærming til et nullpunkt til f.

Antiderivasjon

Definisjon, side 296

La f og F være funksjoner og I et intervall.
F kalles en *antiderivert* til f på I dersom $F'(x) = f(x)$ for alle $x \in I$.

Theorem 8, side 296

La f være en funksjon og I et intervall. Da gjelder:

1. Hvis F er en antiderivert til f på I og k er en konstant, da er også $F + k$ en antiderivert til f på I.
2. Hvis F og G begge er antideriverte til f på I, da finnes en konstant k slik at $F(x) = G(x) + k$ for alle $x \in I$.

Merknad, side 298

Dersom F er en antiderivert til f på I, G er en antiderivert til g på I, og k er en konstant, da gjelder:

1. $F + G$ er en antiderivert til $f + g$ på I.
2. kF er en antiderivert til kf på I.
3. $-F$ er en antiderivert til $-f$ på I.

Det ubestemte integralet

Definisjon, side 301

La f være en funksjon. Det *ubestemte integralet*

$$\int f(x)dx$$

er mengden av antideriverte til f.

Merknad

$$\int f(x) + g(x)dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$$
$$\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$$