Dagens program

8.6 Alternerende rekker og absolutt og betinget konvergens (fortsatt)

8.7 Potensrekker

8.8 Taylor- og Maclaurinrekker

Absolutt og betinget konvergens

Definisjon side 539–540

Vi sier at rekken $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *konvergerer absolutt* dersom $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ er konvergent.
Hvis $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ er konvergent, men $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ er divergent, sier vi at $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ er *betinget konvergent*.

Theorem 16 side 540

En absolutt konvergent rekke er konvergent.

Ombytte av ledd

En følge $n_1, n_2, n_3, \ldots$ av naturlige tall kalles en *permutasjon* dersom hvert naturlig tall er med i følgen nøyaktig en gang.
Hvis $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ er en rekke og $n_1, n_2, n_3, \ldots$ er en permutasjon kan vi definere en ny rekke $\sum_{i=1}^{\infty} a_{n_i}$.

Theorem 17 side 541

Hvis $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ er absolutt konvergent og $n_1, n_2, n_3, \ldots$ er en permutasjon er $\sum_{i=1}^{\infty} a_{n_i}$ absolutt konvergent og $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{i=1}^{\infty} a_{n_i}$.

Potensrekker

Definisjon side 544

En *potensrekke* med sentrum 0 er en funksjonsrekke på formen

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots$$

der $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots$ er en følge av tall.

La a være et tall. En *potensrekke* med sentrum a er en funksjonsrekke på formen

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n = a_0 + a_1(x-a) + a_2(x-a)^2 + a_3(x-a)^3 + \dots$$

der $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots$ er en følge av tall.

Konvergens av potensrekker

Corollary to Theorem 18 side 548

La $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-a)^n$ være en potensrekke. Da er det 3 muligheter:

1. Potensrekken konvergerer for alle x.
2. Potensrekken konvergerer bare for $x = a$.
3. Det finnes et tall R slik at potensrekken konvergerer absolutt for alle x slik at $|x-a| < R$, og divergerer for alle x slik at $|x-a| > R$.
   Tallet R kalles *konvergensradien* til $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-a)^n$.
   Dersom potensrekken konvergerer for alle x sier vi at konvergensradien er ∞.
   Dersom potensrekken konvergerer bare for $x = a$ sier vi at konvergensradien er 0.

Konvergens av potensrekker

Theorem 18 side 547

Anta at potensrekken $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-a)^n$ konvergerer for $x = c$, hvor $c \neq a$.
Da konvergerer den absolutt for alle x slik at $|x-a| < c$.
Hvis rekken divergerer for $x = d$, da divergerer den for alle x slik at $|x-a| > d$.