NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

Terminologi/repetisjon

Lars Sydnes

Institutt for matematiske fag

September 23, 2009

Det ubestemte integralet

Det ubestemte integral / Antideriverte.

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Det ubestemte integralet

Det ubestemte integral / Antideriverte.

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Betydning:

— F er en *antiderivert* til f

Det ubestemte integralet

Det ubestemte integral / Antideriverte.

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Betydning:

— F er en *antiderivert* til f

— $F' = f$

Det bestemte integralet

Det bestemte integralet

$$\int_a^b f(x)dx = A$$

Det bestemte integralet

Det bestemte integralet

$$\int_a^b f(x)dx = A$$

Betydning

— En viss sum av arealer relatert til grafen til f er lik A.

Det bestemte integralet

Det bestemte integralet

$$\int_a^b f(x)dx = A$$

Betydning

— En viss sum av arealer relatert til grafen til f er lik A.

— Riemannintegralet til f over $[a, b] = I$. Forutsatt at f er (Riemann-)integrerbar.

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

Det bestemte integralet

Det bestemte integralet

$$\int_a^b f(x)dx = A$$

Betydning

— En viss sum av arealer relatert til grafen til f er lik A.

— Riemannintegralet til f over $[a, b] = I$. Forutsatt at f er (Riemann-)integrerbar.

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

Areal og antideriverte

Arealfunksjonen som antiderivert:

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt$$

er en antiderivert til $f(x)$.

Areal og antideriverte

Arealfunksjonen som antiderivert:

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt$$

er en antiderivert til $f(x)$.

Villkårlige antideriverte og areal

Hvis G er en antiderivert til f på $[a, b]$, så er

$$\int_a^b f(x)dx = G(b) - G(a)$$

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

Areal og antideriverte

Arealfunksjonen som antiderivert:

$$F(x) = \int_a^x f(t)dt$$

er en antiderivert til $f(x)$.

Villkårlige antideriverte og areal

Hvis G er en antiderivert til f på $[a, b]$, så er

$$\int_a^b f(x)dx = G(b) - G(a)$$

Nøkkel: Hvis $F' = G'$, så er $F = G + C$ for en eller annen konstant C.

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

De antiderivertes eksistens

f: kontinuerlig funksjon:

$\rightsquigarrow$ f *har* en antiderivert.

De antiderivertes eksistens

f: kontinuerlig funksjon:

$\rightsquigarrow$ f *har* en antiderivert.

fordi

f:Kontinuerlig funksjon på $[a, b]$:

$\rightsquigarrow$ Arealet

$$\int_a^b f(x)dx$$

er veldefinert.

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

De antiderivertes eksistens

f: kontinuerlig funksjon:

$\rightsquigarrow$ f *har* en antiderivert.

fordi

f:Kontinuerlig funksjon på $[a, b]$:

$\rightsquigarrow$ Arealet

$$\int_a^b f(x)dx$$

er veldefinert.

fordi

f:Kontinuerlig funksjon på $[a, b]$:

$\rightsquigarrow$ f er (Riemann-)integrerbar

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

De antiderivertes eksistens

f: kontinuerlig funksjon:

$\rightsquigarrow$ f *har* en antiderivert.

fordi

f:Kontinuerlig funksjon på $[a, b]$:

$\rightsquigarrow$ Arealet

$$\int_a^b f(x)dx$$

er veldefinert.

fordi

f:Kontinuerlig funksjon på $[a, b]$:

$\rightsquigarrow$ f er (Riemann-)integrerbar

Fordi: Kompletthet av de reelle tall.

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

Regneregler

Regneregler

Algebraiske operasjoner

$$\int_a^b (k_1 f_1(x) + k_2 f_2(x))dx = k_1 \int_a^b f_1(x)dx + k_2 \int_a^b f_2(x)dx$$

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

Regneregler

Algebraiske operasjoner

$$\int_a^b (k_1 f_1(x) + k_2 f_2(x))dx = k_1 \int_a^b f_1(x)dx + k_2 \int_a^b f_2(x)dx$$

Manipulering av integrasjonsgrensene

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

Regneregler

Algebraiske operasjoner

$$\int_a^b (k_1 f_1(x) + k_2 f_2(x))dx = k_1 \int_a^b f_1(x)dx + k_2 \int_a^b f_2(x)dx$$

Manipulering av integrasjonsgrensene

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

Ulikheter

Hvis $f(x) \geq g(x)$ for alle $x \in [a, b]$, så er

$$\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx$$

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

Regneregler

Algebraiske operasjoner

$$\int_a^b (k_1 f_1(x) + k_2 f_2(x))dx = k_1 \int_a^b f_1(x)dx + k_2 \int_a^b f_2(x)dx$$

Manipulering av integrasjonsgrensene

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

Ulikheter

Hvis $f(x) \geq g(x)$ for alle $x \in [a, b]$, så er

$$\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx$$

Oppgave: Kan vi sette opp tilsvarende regler for ubestemte integral?

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

I dag og neste uke.

I dag:

I dag og neste uke.

I dag:

— Argumenter for regnereglene for det bestemte integralet.

I dag og neste uke.

I dag:

— Argumenter for regnereglene for det bestemte integralet.

— Arealberegning. Endelige summer/Antiderivasjon. Areal mellom kurver.

I dag og neste uke.

I dag:

— Argumenter for regnereglene for det bestemte integralet.
— Arealberegning. Endelige summer/Antiderivasjon. Areal mellom kurver.
— Substitusjonsregelen. (Integrasjonsteknikk.)

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

I dag og neste uke.

I dag:

— Argumenter for regnereglene for det bestemte integralet.
— Arealberegning. Endelige summer/Antiderivasjon. Areal mellom kurver.
— Substitusjonsregelen. (Integrasjonsteknikk.)

Teknikk: *techné* (gresk) håndtverk/kunnen. I motsetning til viten.

I dag og neste uke.

I dag:

— Argumenter for regnereglene for det bestemte integralet.
— Arealberegning. Endelige summer/Antiderivasjon. Areal mellom kurver.
— Substitusjonsregelen. (Integrasjonsteknikk.)

Teknikk: *techné* (gresk) håndtverk/kunnen. I motsetning til viten.

Neste uke:

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

I dag og neste uke.

I dag:

— Argumenter for regnereglene for det bestemte integralet.
— Arealberegning. Endelige summer/Antiderivasjon. Areal mellom kurver.
— Substitusjonsregelen. (Integrasjonsteknikk.)

Teknikk: *techné* (gresk) håndtverk/kunnen. I motsetning til viten.

Neste uke:

— Avrunding av kap. 5.

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology

I dag og neste uke.

I dag:

- Argumenter for regnereglene for det bestemte integralet.
- Arealberegning. Endelige summer/Antiderivasjon. Areal mellom kurver.
- Substitusjonsregelen. (Integrasjonsteknikk.)

Teknikk: *techné* (gresk) håndtverk/kunnen. I motsetning til viten.

Neste uke:

- Avrunding av kap. 5.
- Anvendelser av integrasjon. Kap. 6.

NTNU
Norwegian University of
Science and Technology