Taylors formel

Teorem (side 560 i boken)

La $N \in \mathbb{N}_0$, la I være et åpen inverval, la $a \in I$, og la $f(x)$ være en funksjon slik at $f(x)$ og dens $N+1$ første deriverte eksisterer og er kontinuerlige på I. Da gjelder for alle $x \in I$ at

$$f(x) = \sum_{n=0}^{N} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + R_N(x)$$

hvor $R_N(x) = \frac{f^{(N+1)}(c)}{(N+1)!}(x-a)^{N+1}$ for et tall c som tilhører intervallet mellom a og x.

Volum av omdreinigslegeme

Volum ved tverrsnittsmetoden

$$V = \int_a^b A(x)dx$$

der $A(x)$ er arealet av tverrsnittet vinkelrett på x-aksen.

Volum av omdreiningslegeme ved sylinderskallmetoden

$$V = \int_*^{**} 2\pi r \; dA$$

der dA representerer arealet av en infinitesimal stripe som, når den dreies rundt rotasjonsaksen, danner et sylinderskall med radius r.

Overflateareal av omdreiningslegeme

Overflate av omdreiningslegeme

$$A = \int_{*}^{**} 2\pi r \; ds$$

der r er radien i sirkelen som buedifferensialet ds beskriver nå det dreies rundt rotasjonsaksen.

Buedifferensialet

$$ds = \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx.$$

Forholdstesten for positive rekker

Teorem (side 533 i boken)

La $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ være en positiv rekke, og anta at grensen $\rho = \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ eksisterer eller er lik ∞. Da gjelder:

1. Dersom $\rho < 1$, konvergerer $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
2. Dersom $\rho > 1$, divergerer $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
3. Dersom $\rho = 1$, gir testen ingen konklusjon.

Alternerende rekker

Teorem (side 538-539 i boken)

Rekken $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}u_n = u_1 - u_2 + u_3 - u_4 + \dots$ konvergerer dersom følgende 3 betingelser alle er oppfylte:

1. $u_n \geq 0$ for alle $n \in \mathbb{N}$.
2. $u_n \geq u_{n+1}$ for alle $n \in \mathbb{N}$.
3. $\lim_{n\to\infty} u_n = 0$.

Dessuten er

$$\left|\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}u_n - \sum_{k=1}^{N}(-1)^{k+1}u_k\right| \leq u_{N+1}$$

for alle $N \in \mathbb{N}$, og $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}u_n - \sum_{k=1}^{N}(-1)^{k+1}u_k$ er ikke-negativ hvis N er et odde tall, og ikke-positiv hvis N er et par tall.

Tyngdepunkt/Massesenter

Masse: $M = \int dm$

Moment om x-aksen: $M_x = \int \tilde{y}\, dm$

Moment om y-aksen: $M_y = \int \tilde{x}\, dm$

Tyngdepunkt: $(\overline{x}, \overline{y}) = (M_y/M, M_x/M)$

Inverse funksjoner

Teorem (side 185 i boken)

Hvis $f(x)$ er deriverbar og har en invers $f^{-1}(x)$, så er $f^{-1}(x)$ deriverbar og $f^{-1}(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$.

Inverse funksjoner

Oppgave

Anta at en deriverbar funksjon $f(x)$ har en invers $f^{-1}(x)$, og at grafen til $f(x)$ går gjennom punktet $(2, 4)$ og har stigningstall $1/3$ i dette punktet.
Finn $\frac{d}{dx}(f^{-1}(x))$ for $x = 4$.