

## Volumet av et rotasjonslegeme

La  $0 \leq a < b$ .

Volumet som fremkommer når området mellom grafen til en positiv, kontinuerlig funksjon  $f(x)$  med  $D(f) = [a, b]$  og  $x$ -aksen dreies om  $y$ -aksen, er

$$\int_a^b 2\pi f(x)x dx.$$

## Eksempel

La oss finne volumet til legemet som fremkommer når vi dreier området avgrenset av  $y = 2 - \frac{x^2}{4}$ ,  $x$ -aksen,  $x = 0$  og  $x = 2$ , om  $y$ -aksen.

## Eksempel

En kule har radius 5 cm. Vi borer et hull gjennom kule med radius 3 cm slik at hullet går rett gjennom sentrum i kule. La oss beregne volumet av det som er igjen av kule.

## Buelengde av en kurve

La  $a < b$  og la  $f(t)$  og  $g(t)$  være deriverbare i  $[a, b]$  slik at  $f'(t)$  og  $g'(t)$  er kontinuertlige, og slik at der ikke finnes et  $c \in ]a, b[$  slik at  $f'(c) = g'(c) = 0$ , og slik at der ikke finnes  $d, e \in ]a, b[$  med  $d \neq e$  slik at  $(f(d), g(d)) = (f(e), g(e))$ .

Da er lengden av kurven  $(x, y) = (f(t), g(t))$ ,  $t \in [a, b]$

$$\int_a^b \sqrt{(f'(t))^2 + (g'(t))^2} dt.$$

## Eksempel

La oss finne lengden av kurven  $(x, y) = \left(\frac{t^2}{2}, \frac{(2t+1)^{3/2}}{3}\right)$ ,  $t \in [0, 4]$ .

## Buelengden av en graf

La  $a < b$  og la  $f(x)$  være en deriverbar funksjon slik at  $f'(x)$  er kontinuerlig i  $[a, b]$ .

Da er lengden av grafen til  $f(x)$  mellom  $x = a$  og  $x = b$

$$\int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx.$$

## Eksempel

La oss finne lengden av grafen til  $f(x) = x^{3/2}$  mellom  $x = 0$  og  $x = 4$ .

## Eksempel

La oss finne lengden av grafen til  $f(x) = (x/2)^{2/3}$  mellom  $x = 0$  og  $x = 2$ .



## Arealet til en rotasjonsflate

La  $a < b$  og la  $f(x)$  være en deriverbar funksjon slik at  $f'(x)$  er kontinuerlig i  $[a, b]$ .

Da er arealet av flaten som fremkommer når vi dreier grafen til  $f(x)$  mellom  $x = a$  og  $x = b$  om  $x$ -aksen

$$\int_a^b 2\pi f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx.$$

## Eksempel

La oss finne arealet som fremkommer når vi rotere grafen til  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $x \in [3/4, 15/4]$  om  $x$ -aksen.