

TMA4100 Matematikk 1 — Høst 2008
Frivillige oppgaver uke 46
Fasit

1. (a) Divergerer ved direkte sammenligning:

$$\frac{1+n!}{(1+n)!} \geq \frac{n!}{(1+n)!} = \frac{1}{1+n}$$

(b) Konvergerer — $\rho = 0$ i forholdstesten

(c) Konvergerer — rottest

(d) Konvergerer ved rottest:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{2n+(-1)^n} \right|^{1/n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \left| \frac{1}{2(-1)^{n/n}} \right| = \frac{1}{2}$$

2. (a) Konvergerer betinget - ikke absolutt (alt. rekketest; $p = 2/3$ -rekke)

(b) Konvergerer betinget - ikke abs.

$$(\sum 1/4 \ln n \geq \sum 1/n)$$

(c) Konv. abs. - sammenlign med $\sum 1/\pi^n$.

(d) Konv. bet. - ikke abs. ($\tan^{-1} n/n \leq \pi/2n$)

3. Konv.int: $(-1/4, 1/4)$; sum $1/(1+4x)$

4. (a) $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

(b) $e^{-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n!}$