

# TMA4100 Matematikk 1 — Høsten 2008

## Frivillige oppgaver uke 45

1. Finn et mønster i følgen  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  og skriv opp en formel for det generelle leddet  $a_n$  når

$$a_1 = \frac{1}{2}, \quad a_2 = \frac{1}{5}, \quad a_3 = \frac{1}{8} \quad \text{og} \quad a_4 = \frac{1}{11}$$

2. Konvergerer eller divergerer følgen  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ ? Finn grenseverdien  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  hvis følgen konvergerer.

$$(a) \quad a_n = \frac{3n}{5n-2} \quad (b) \quad a_n = \frac{\ln n}{\sqrt{n}} \quad (c) \quad a_n = n \sin \frac{1}{n}$$

3. Tallfølgen  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  er gitt ved

$$a_1 = 2 \quad \text{og} \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + 4) \quad \text{for } n \geq 1.$$

Bruk induksjon til å vise at  $a_n < 4$  for alle  $n \geq 1$ . Vis deretter at  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  er en voksende følge. Bestem til slutt grenseverdien  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

4. Avgjør om rekken konvergerer:

$$(a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \quad (b) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3+1}$$

$$(c) \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n} \quad (d) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + \cos n + \sin n^2}{n^3}$$

$$(e) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \tan^n 1 \quad (f) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + n}{n^4 + \sqrt{n}}$$

$$(g) \quad \sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-n} \quad (h) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n}$$