

TMA4100 Matematikk 1 – Høsten 2007

Fasit frivillige oppgaver uke 41.

1. Finn volumet av rotasjonslegemet som fremkommer når området begrenset av kurvene  $x = y^2$  og  $y = x^2$  roteres om  $x$ -aksen.  $\frac{3}{10}\pi$
2. Bruk sylindriske skjell for å finne volumet til legemet som fremkommer ved å rotere området avgrenset av  $y = 4x - x^3$ ,  $y = x - 2$ ,  $x = 0$  om  $y$ -aksen.  $\frac{56}{5}\pi$
3. Finn arealet til rotasjonsflaten som fremkommer ved å rotere kurven  $y = f(x)$  om  $x$ -aksen når  $f(x) = (2x - x^2)^{1/2}$ ;  $0 \leq x \leq 2$   $4\pi$
4. Et legeme har grunnflate i  $xy$ -planet. Grunnflatens omkrets er sirkelen  $x^2 + y^2 = 1$ , og alle tverrsnitt gjennom legemet vinkelrett på  $x$ -aksen er kvadratiske. Finn volumet til legemet.  $\frac{16}{3}$
5. Vis at kurvelengden til ellipsen  $2x^2 + y^2 = 2$  er lik 2 ganger lengden til kurven  $y = \sin x$ ;  $0 < x < \pi$ . (Tips: Substituer med cosinus.) \*
6. *Astroiden* er kurven bestemt av likningen  $x^{2/3} + y^{2/3} = 1$ . Finn dens totale lengde. (Tips: bruk implisitt derivasjon for å finne  $dy/dx$ .) 6

---

\* Lengden til ellipsen er  $2 \int_{-1}^1 \sqrt{(1+x^2)/(1-x^2)} dx$ .