Sammenheng mellom diskrete og kontinuerlige variable

Det er egentlig matematisk undvendig med noe skille mellom diskrete og kontinuerlige stokastiske variable, men man gjr det allikevel av pedagogiske grunner. Hvis du triller en terning, m den lande p en av de seks sidene, og alle barn i barnehagen forstr at sannsynligheten er 1/6 for at den lander p en bestemt side. Hvis man derimot skulle starte med den kontinuerlige stokastiske variabelen x, definert $i - 1/2 < x < i + 1/2 = i$ yne, sannsynlighetstetthetsfunksjonen $f(x) = 1/6$, og definert

$$\begin{aligned} P(i \text{ yne}) &= P(i - 1/2 < x < x + 1/2) \\ &= \int_{i-1/2}^{i+1/2} f(x)\, dx = \frac{1}{6}, \end{aligned}$$

ville mange falt av lasset ganske fort. Men fr fint gjre det, og sledes er diskrete variable kun spesialtilfeller av de kontinuerlige.

Regneregler for forventning og varians

Vi kommer til trenge noen viktige regneregler for forventning og varians. De to frste er

$$E(aX + b) = aE(X) + b$$

og

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y).$$

Bevisene for disse er trivielle, bde for diskrete og kontinuerlige variable. Tilsvarende formler

$$Var(aX + b) = a^2 Var(X)$$

og

$$Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y)$$

gjelder for variansen. Vi beviser den frste for det kontinuerlige tilfellet. La $\mu = E(X)$.Da blir $a\mu + b = E(aX + b)$, og

$$\begin{aligned} Var(aX + b) &= \int_\Omega (ax + b - a\mu - b)^2 f(x)\, dx \\ &= a^2 \int_\Omega (x - \mu)^2 f(x)\, dx \\ &= a^2 Var(X). \end{aligned}$$

Til slutt en formel som kan vre grei bruke i blant

$$Var(X) = (E(X - \mu)^2) = E(X^2) - \mu^2.$$

Sentralgrenseteoremet

Dersom X_1, X_2,...,X_n er identisk fordelte variable med forventning μ og standardavvik σ, er

$$X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_n$$

normalfordelt med forventning μ og standardavvik $\sigma/\sqrt{n}$.

Binomisk og normal

Dersom n er stor, er binomisk fordeling tilnrmet normalfordelt med $\mu = np$ og $\sigma = np(1 - p)$. Dette er nyttig dersom du nsker finne kumulative binomiske sannsynligheter, og ikke kan programmere.

Binomisk og poisson

Hvis man lar $p \to 0$ og $n \to \infty$ mens np er konstant, vil binomisk fordeling $\to$ poissonfordelingen.

Poisson og eksponensialfordelingen