



English

Contact during the exam: Associate professor Jarle Tufto
Phone: 99705519

Mathematical evolutionary genetics, ST2301

June 1, 2010

Kl. 9-13

Permitted aids: All printed and handwritten documents, pocket calculator
Grades will be announced on June 22

Problem 1 In a large population three alleles A_1, A_2, A_3 are present at a given locus. Suppose that we observe a total of 100 individuals from the population and that the number of different genotypes in the sample are as given in the following table

Genotype	Count
A_1A_1	5
A_1A_2	10
A_1A_3	20
A_2A_2	17
A_2A_3	33
A_3A_3	15

- Find estimates of the three allele frequencies p_1, p_2 and p_3 .
- Find estimates of the genotype frequencies under the assumption that the population is in Hardy-Weinberg equilibrium
- Carry out a test of the hypothesis that the population is in Hardy-Weinberg equilibrium
- Compute a confidence interval for the frequency of allele A_1 under the assumption of Hardy-Weinberg equilibrium.

Problem 2 In a given randomly mating population the correlation in a given quantitative trait (winglength) is estimated to 0.23 between parent-offspring and to 0.32 between full sibs. Assume that the phenotypic variance in the trait has been estimated to 4 mm^2 and that an estimate of the mean winglength in the population is 70 mm.

- a) Compute corresponding estimates of the additive variance V_A , the dominance variance V_D and the environmental variance V_E .
- b) Suppose we select one half of the population with greatest winglength. Find the mean winglength among these individuals. Find the heritability h^2 of the trait and mean phenotype among offspring of the selected parents.

Problem 3 An island population receives migrants at rate m each generation from each of two large mainland populations fixed for allele A and a respectively at locus 1, and for allele B and b at locus 2. Since there is no migration from the island back to either of the two mainland populations, the allele frequencies on the mainlands remain constant.

- a) Find the equilibrium allele frequencies on the island at each of the two loci. By how many percent will a deviation from these equilibria be reduced per generations if $m = 0.1$?
- b) Is there linkage equilibrium within each of the two mainland populations?

Suppose that migration occurs at the gamete stage of the life cycle prior to random union of gametes (random mating) and reproduction. Also assume that the gene frequencies at the two loci have already reached their respective equilibrium values.

- c) Let D_{AB} be the amount of linkage disequilibrium among gametes produced locally on the island in a given generation. Find an expression for the amount of linkage disequilibrium D_{AB}^* just after migration. Hint: Consider first what happens to the gamete frequency P_{AB} as a result of migration.
- d) Find the amount of linkage disequilibrium D'_{AB} among the gametes that go into the next generation expressed as a function the amount of linkage disequilibrium after migration D_{AB}^* . Then use this and the result in the previous point to show that D_{AB} will approach the equilibrium

$$\frac{(1-r)m}{2r+4m-4mr}, \quad (1)$$

where r is the rate of recombination between the two loci. Does this expression depend on r and m the way you expect?



Bokmål

Faglig kontakt under eksamen: Førsteamanuensis Jarle Tufto
Telefon: 99705519

Matematisk evolusjonær genetikk, ST2301

1. juni, 2010

Kl. 9–13

Hjelpemidler: Alle trykte og skrevne hjelpemidler, lommeregner

Sensurdato: 22. juni

Oppgave 1 I en stor populasjon er tre allel A_1, A_2, A_3 tilstedet på et gitt locus. Anta at vi observerer 100 individ fra populasjonen og at antallet av ulike genotyper i utvalget er gitt ved følgende tabell

Genotype	Antall
A_1A_1	5
A_1A_2	10
A_1A_3	20
A_2A_2	17
A_2A_3	33
A_3A_3	15

- Hva blir estimatet av de tre allelfrekvensene p_1, p_2 og p_3 ?
- Hva blir estimatet av genotypfrekvensene forutsatt at populasjonen er i Hardy-Weinberg?
- Utfør en test av hypotesen at populasjonen er i Hardy-Weinberg likevekt.
- Lag et konfidensintervall for frekvensen av allel A_1 forutsatt at populasjonen er i Hardy-Weinberg likevekt.

Oppgave 2 I en populasjon med tilfeldig parring estimeres korrelasjonen i en gitt kvantitativ karakter (vingelengde) til 0.23 mellom foreldre-avkom og til 0.32 mellom fullsøsken. Anta at den fenotypiske variansen er estimert til 4 mm^2 og at estimatet gjennomsnittlig vingelengde i populasjonen er 70 mm.

- Beregn tilhørende estimater av den additive variansen V_A , dominans variansen V_D og miljøvariansen V_E .
- Anta at vi selekterer den ene halvparten av populasjon med størst vingelengde. Hva blir gjennomsnittlig vingelengde blant denne ene halvparten vi har selektert? Hva blir arvegraden h^2 og gjennomsnittlig fenotype blant avkommene til disse selekterte foreldrene?

Oppgave 3 En øy mottar migranter med rate m hver generasjon fra hver av to fastlandspopulasjoner fiksert for henholdsvis allel A og a på locus 1 og fiksert for allel B og b på locus 2. Det er ingen migrasjon fra øya til hver fastlandspopulasjon slik at allelfrekvensene på fastlandspopulasjonene forblir konstante.

- Mot hvilken likevekt vil allelfrekvensene på locus 1 og 2 på øya gå når tiden går mot uendelig? Med hvor mange prosent vil et eventuelt avvik fra denne likevekten reduseres per generasjon hvis $m = 0.1$.
- Er de to fastlandspopulasjonene betraktet hver for seg i linkage equilibrium?

Anta at migrasjon skjer på kjønnsgametstadiet forut for tilfeldig forening av gameter (tilfeldig parring) og reproduksjon. Anta også at genfrekvensene på de to lociene har nådd sine respektive likevekter.

- La D_{AB} være graden av linkage disequilibrium blant gameter produsert lokalt på øya i en gitt generasjon. Finn et uttrykk for graden av linkage disequilibrium D_{AB}^* rett etter migrasjon. Hint: Undersøk først hva som skjer med gametfrekvensen P_{AB} som følge av migrasjon.
- Finn et uttrykk for graden av linkage disequilibrium D'_{AB} blant gametene som er med å danne neste generasjon uttrykkt ved graden av linkage disequilibrium etter migrasjon D_{AB}^* . Bruk så dette og resultatet i forrige punkt til å vise at D_{AB} vil gå mot likevekten

$$\frac{(1-r)m}{2r+4m-4mr}, \quad (1)$$

hvor r er rekombinasjonsraten mellom de to lociene. Avhenger uttrykket over på forventet måte av r og m ?



Nynorsk

Fagleg kontakt under eksamen: Fyrsteamanuensis Jarle Tufto
Telefon: 99705519

Matematisk evolusjonær genetikk, ST2301

1. juni, 2010

Kl. 9–13

Hjelpemiddel: Alle trykte og skrevne hjelpemiddel, lommereknar

Sensurdato: 22. juni

Oppgåve 1 I ein stor populasjon er tre allel A_1, A_2, A_3 tilstede på eit gjeve locus. Gå ut i frå at vi observerar 100 individ frå populasjonen og at talet på ulike genotypar i utvalet er gjeve ved følgende tabell

Genotype	Antall
A_1A_1	5
A_1A_2	10
A_1A_3	20
A_2A_2	17
A_2A_3	33
A_3A_3	15

- Kva vert estimatet av dei tre allelfrekvensane p_1, p_2 og p_3 ?
- Kva vert estimatet av genotypefrekvensane om vi føreset at populasjonen er i Hardy-Weinberg?
- Utfør ein test av hypotesa at populasjonen er i Hardy-Weinberg likevekt.
- Lag eit konfidensintervall for frekvensen av allel A_1 om vi føreset at populasjonen er i Hardy-Weinberg likevekt.

Oppgåve 2 I ein populasjon med tilfeldig parring estimerast korrelasjonen i ein gjeve kvantitativ karakter (vingelengde) til 0.23 mellom forelder-avkom og til 0.32 mellom fullsøsken. Estimatet av den fenotypiske variansen er 4 mm^2 og estimatet av gjennomsnittlig vingelengde i populasjonen er 70 mm.

- Rekn ut estimater av den additive variansen V_A , dominans variansen V_D og miljøvariansen V_E .
- Gå ut i frå at vi selekterer den eine halvparten av populasjon med størst vingelengde. Kva vert gjennomsnittlig vingelengde blant denne eine halvparten vi har selektert? Kva vert arvegraden h^2 og gjennomsnittleg fenotype blant avkomma til desse selekterte foreldra?

Oppgåve 3 Ein øy mottok migrantar med rate m kvar generasjon fra kvar av to fastlandspopulasjonar fiksera for høvesvis allel A og a på locus 1 og fiksera for allel B og b på locus 2. Det er ingen migrasjon frå øya til kvar fastlandspopulasjon slik at allelfrekvensane på fastlandspopulasjonane held seg konstante.

- Mot kva for likevekt vil allelfrekvensane på locus 1 og 2 på øya gå når tida går mot uendeleg? Med kor mange prosent vil eit mogleg avvik frå denne likevekten reduserast per generasjon hvis $m = 0.1$?
- Er dei to fastlandspopulasjonane betrakta kvar for seg i linkage equilibrium?

Anta at migrasjon skjer på kjønns gametstadiet forut for tilfeldeleg samamsmelting av gameter (tilfeldig parring) og reproduksjon. Anta også at genfrekvensane på de to lociane har nådd sine respektive likevekter.

- La D_{AB} vere graden av linkage disequilibrium blant gametar produsert lokalt på øya i ein gjeve generasjon. Finn eit uttrykk for graden av linkage disequilibrium D_{AB}^* rett etter migrasjon. Hint: Undersøk fyrst kva som skjer med gametfrekvensen P_{AB} som følgje av migrasjon.
- Finn eit uttrykk for graden av linkage disequilibrium D'_{AB} blant gametane som er med å danne neste generasjon uttrykt ved graden av linkage disequilibrium etter migrasjon D_{AB}^* . Bruk så dette og resultatet i forrige punkt til å vise at D_{AB} vil gå mot likevekten

$$\frac{(1-r)m}{2r+4m-4mr}, \quad (1)$$

kor r er rekombinasjonsrata mellom dei to lociane. Avheng uttrykket over på forventa måte av r og m ?