Oppgave 1

Gjør følgende oppgaver fra kap. 4.3 i læreboka: 1, 3, 4, 5, 6, 10, 16, 30 og 34.

Oppgave 2

I denne oppgaven skal du bruke Matlab til å simulere data fra ulike fordelinger . Matlab er tilgjengelig på NTNUs maskiner, men om du ønsker å installere programmet på egen pc kan du lese om det på `http://www.ntnu.no/adm/it/orakel/progdist`.

La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ være uavhengige og identisk fordelte stokastiske variabler, dvs. X_i har samme fordeling for alle i. La $\mu = \mathrm{E}(X_i)$ og $\sigma^2 = \mathrm{Var}(X_i)$. Vi innfører notasjonen

$$\overline{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

for gjennomsnittet og

$$Z_n = \frac{\overline{X}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \sqrt{n}\frac{\overline{X}_n - \mu}{\sigma}$$

for det standardiserte gjennomsnittet.

a) Vis at $\mathrm{E}(X_n) = \mu$ og $\mathrm{Var}(X_n) = \sigma^2/n$, og bruk dette til å vise at Z_n har forventning 0 og varians 1.

Vi ønsker å studere fordelingen til det standardiserte gjennomsnittet Z_n for ulike fordelinger av X_i-ene og ulike verdier av n. Vi ser på de to fordelingene

- Eksponensialfordelingen: $f(x) = e^{-x},\ x \geq 0$.
- Bernoullifordelingen: $p(x) = 1/2, \quad x = 1, 2$.

b) Regn ut μ og σ^2 for de to fordelingene. Plott fordelingene ved hjelp av Matlab. (Hint: `exppdf`, `plot`)

c) Trekk ved hjelp av Matlab n “observasjoner” fra den aktuelle fordelingen og beregn det standardiserte gjennomsnittet. Gjør dette 10000 ganger. Hvorfor vil et (standardisert) histogram av de 10000 “observasjonene” av Z_n ligge nær sannsynlighetstettheten til Z_n?

Gjenta forsøket for $n = 4, 10$ og 50 for de to fordelingene. Lag histogrammer og kommenter det du observerer.

Følgende Matlab kommandoer er nyttige

```
X = exprnd(1,n,10000)

X = binornd(1,0.5,n,10000)
```

d) Sammenlign den empiriske fordelingen til Z_n med standardnormalfordelingen. Hva observerer du for ulike verdier av n? For ulike fordelinger? Kommenter.

Kilde: `http://www.math.uio.no/avdc/kurs/STK1100/V10/oblig2-V10.pdf`