



*Bokmål*

Faglig kontakt under eksamen: Professor Jarle Tufto  
Telefon: 99 70 55 19

Brukerkurs i statistikk, ST0103  
13. august, 2012  
Kl. 15-19

Hjelpemidler: Ett håndskrevet gult A4-ark, bestemt enkel kalkulator, "Tabeller og formler i statistikk" (Tapir forlag), K. Rottmann: Matematisk formelsamling.

Alle svar skal begrunnes.

**Oppgave 1** Anta at kroppsvekten til hanner og hunner til en gitt gnagerart er normalfordelt med forventningsverdier lik henholdsvis 110 og 100 gram og likt standardavvik lik 5 gram.

- a) Hva er sannsynligheten for at en hunn veier mer enn 108 gram?
- b) Hva er den betingede sannsynligheten for at en hunn veier mer enn 108 gram gitt at den veier mer enn 100 gram?

Anta at populasjonen består av 50% hanner.

- c) Et individ tilfeldig trukket fra populasjonen veier mer enn 108 gram. Hva er sannsynligheten for at dette individet er en hann?
- d) Anta at vi trekker 70 individer tilfeldig fra populasjonen. Bruk normaltilnærming og heltallskorreksjon for å finne sannsynligheten for at minst 35 av disse veier mer enn 108 gram.

**Oppgave 2** La  $X$  være en kontinuerlig stokastisk variabel med sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \frac{2}{a} \left(1 - \frac{x}{a}\right) \quad (1)$$

for  $0 < x < a$  og 0 ellers og hvor parameteren  $a$  er en positiv konstant.

- a) Vis at  $f$  er en sannsynlighetstetthet.
- b) Finn sannsynlighetstettheten til  $Y = \sqrt{X}$ .

**Oppgave 3** Anta at vi merker  $m$  tilfeldig valgte individ i en populasjon av ukjent størrelse  $N$  slik at en ukjent andel  $p = m/N$  av populasjonen er merket. Så trekker vi et nytt tilfeldig utvalg (et gjenfangstutvalg) av størrelse  $n$  med tilbakelegging fra populasjonen. La den stokastiske variabelen  $X$  betegne antall merkede individ i gjenfangstutvalget. Vi antar at populasjonen er lukket og at ingen individ dør eller blir født i tidsrommet mellom første og andre utvalg.

- a) Hvilken fordeling har  $X$ ? Vis at sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren av  $p$  (andelen merkede individ) er  $\hat{p} = X/n$ .
- b) Beregn punkttestimatet av  $p$  og tilhørende standard 95%-konfidensintervall for  $p$  gitt at  $X = 5$  og  $n = 20$ .
- c) Sammenhengen mellom den ukjente parameteren  $p$  (som vi har estimert i forrige punkt) og den ukjente parameteren  $N$  er gitt over. Hvilken funksjon  $N = f(p)$  er da  $N$  (den ukjente populasjonsstørrelsen) av  $p$  (andelen merkede individer)? Bruk dette til å finne sannsynlighetsmaksimeringsestimatet av  $N$  gitt at  $m = 20$  i tillegg til verdiene av  $X$  og  $n$  gitt i forrige punkt. Bygg på det vi har vist i punkt a).
- d) Bruk regel for transformasjon av konfidensintervaller til å finne et 95%-konfidensintervall for  $N$ . Bygg på punkt b).