



Bokmål

Faglig kontakt under eksamen: Professor Jarle Tufto
Telefon: 99 70 55 19

Brukerkurs i statistikk, ST0103
1. desember, 2011
Kl. 9–13

Hjelpemidler: Ett håndskrevet gult A4-ark, bestemt enkel kalkulator, “Tabeller og formler i statistikk” (Tapir forlag), K. Rottmann: Matematisk formelsamling.

Alle svar skal begrunnes.

Oppgave 1 70% av innbyggerne i en liten landsby på 110 innbyggere kjører bil, 40% sykler, og 20% er både syklister og bilister.

- Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig valgt innbygger hverken sykler eller kjører bil?
- Hva er de betingende sannsynlighetene for å sykle for bilister og ikke-bilister?
- Anta at vi trekker et tilfeldig utvalg på $n = 50$ personer fra landsbyen uten tilbakelegging og teller opp antall bilister X i utvalget. Hva slags fordeling har X ? Hva blir forventningsverdien og variansen til X ?
- Bruk normaltilnærming til å beregne sannsynligheten for at $X \geq 40$.

Oppgave 2 Tre toksikologer måler innholdet av miljøgiften DDT (i nanoogram per gram) i et utvalg på fire oppdrettslaks og i fire villaks. Målingene er gjengitt i tabellen under:

					Gjennomsnitt	Empirisk varians
Oppdrettslaks	22.4	27.8	14.7	53.8	$\bar{X} = 29,7$	$S_X^2 = 287,6$
Villaks	8.6	1.7	6.7	5.6	$\bar{Y} = 5,65$	$S_Y^2 = 8,47$

- a) Utfør en hypotesetest av om innholdet av DDT generelt er høyere i oppdrettslaks enn i villaks. Diskuter kort om forutsetninger testen bygger på ser ut til å være oppfylt?
- b) Regn ut et 95%-konfidensinterval for forskjellen i gjennomsnittlig DDT-innhold mellom oppdrett- og villaks.

Oppgave 3 En økolog radiomerker 10 elgkalver like etter fødsel. Etter ett år måler han hvor langt de har spredd seg fra der hvor de var født. Han observerer følgende spredningsdistanser x_1, x_2, \dots, x_n (målt i antall km):

11.6, 4.7, 13.8, 6.5, 17.8, 18.4, 7.6, 17.0, 16.8, 4.0.

Økologen mener at spredningsdistansene X er såkalt Weibull-fordelt med sannsynlighetstetthet

$$f(x) = 2\alpha x e^{-\alpha x^2} \quad (1)$$

for $x > 0$.

- a) Vis at sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren av α er

$$\hat{\alpha} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n X_i^2} \quad (2)$$

Beregn sannsynlighetsmaksimeringsestimatet av α basert på observasjonene over.

- b) Vis at X har kumulativ fordeling

$$F(x) = 1 - e^{-\alpha x^2} \quad (3)$$

for $x > 0$. Hint: Dette kan gjøres på flere måter.

- c) Basert på estimatet i punkt a, hva blir sannsynligheten for at en elgkalv sprer seg lenger enn 25 km?
- d) Finn fordelingen $Y = X^2$. Bruk kjente egenskaper til denne fordelingen til å finne $E(X^2)$ uttrykt ved α .