Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Oppfriskningskurs
Sommer 2016

Prøve

$\boxed{1}$ **a)** Hva betyr det at $a \in \mathbb{Q}$ og at $b \in \mathbb{Z}$? Beskriv med ord.

b) Skriv følgende uttrykk som ulikheter i steden for intervaller:

$$x \in [-1, 8],$$
$$x \in (0, \infty),$$
$$x \in (-4, -1].$$

$\boxed{2}$ Løs ulikhetene.

a) $9x^3 - 2x^2 < 0$

b) $\frac{x-3}{x} \geq -(1 + x)$

$\boxed{3}$ Skissér følgende uttrykk. Nevn også noen av egenskapene til figurene; nyttige ord kan være sentrum, radius eller halvakser.

a) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 10 < 13$

b) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} \geq 1$

$\boxed{4}$ Skisser funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{hvis } 0 \leq x \leq 1 \\ e^1 - x & \text{hvis } 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

(Merk: e^1 er en konstant.) Er funksjonen kontinuerlig i $(0, 2)$? Hvis ikke, kan vi gjøre den kontinuerlig ved å bytte ut e^1 med et annet tall $a \in \mathbb{R}$? Hva må a i så fall være?

$\boxed{5}$ La $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ og $g(x) = x^2$.

a) Skriv $f(x)$ som et produkt av lineære faktorer og løs deretter $(f \circ g)(x) > 0$. (Hint: $f(1) = 0$.)

b) Hva er graden til $(f \circ g)(x)$ og $(g \circ g)(x)$?

$\boxed{6}$ Finn alle løsninger av

$$|x - 2| \cos(x^3) = 0.$$

$\boxed{7}$ Løs

$$2\ln(2x) + \ln((3x)^5) = 3\ln(4x) + 2.$$

Her er $\ln(x)$ den naturlige logaritmen.

$\boxed{8}$ Bevis ved induksjon at

$$n! > 2^n$$

for alle $n \in \mathbb{N}$ hvor $n \geq 4$. Her er $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1$.